



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ И МЕХАНИКЕ

Тезисы докладов

02 – 04 октября 2013 года

Издательство «Иван Федоров»

Томск – 2013

УДК 519.6; 517.9; 681.3; 523.165
ББК 22.1

Рецензенты:

А. М. Бубенчиков – д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой теоретической механики (г. Томск, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет»);

П. А. Крылов – д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой алгебры (г. Томск, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет»);

А. В. Старченко – д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой вычислительной математики и компьютерного моделирования (г. Томск, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет»).

В85 Всероссийская конференция по математике и механике, посвященная 135-летию Томского государственного университета и 65-летию механико-математического факультета: Сборник тезисов (Томск, 02 – 04 октября 2013 г.) – Томск: Изд-во «Иван Федоров», 2013. – 244 с.

ISBN 978-5-91701-084-7

В сборник включены тезисы докладов, принятые оргкомитетом для участия во Всероссийской конференции по математике и механике.

Конференция организована при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-01-06084-г).

УДК 519.6; 517.9; 681.3; 523.165
ББК 22.1

ISBN 978-5-91701-084-7

© Томский государственный университет, 2013

Содержание

| | |
|--|----|
| <u>Секция «Алгебра и математическая логика»</u> | 19 |
| Благовещенская Е. А. Кольца эндоморфизмов почти вполне разложимых абелевых групп без кручения..... | 19 |
| Вершина С. В., Фарукшин В. Х. Группы и кольца расщепления для неразложимых локальных групп без кручения..... | 20 |
| Горбунов Е. С. Модификация алгоритма Диффи – Хеллмана на матричной модулярной системе..... | 21 |
| Гриншпон И. Э. Определяемость векторных групп своим голоморфом..... | 22 |
| Гриншпон С. Я. Транзитивные и вполне транзитивные абелевы группы без кручения..... | 23 |
| Дурнев В. Г., Зеткина О. В. Об алгебраически замкнутых группах..... | 24 |
| Жинжилов Д. А. Ассоциативные кольца с условием минимальности с булевой алгеброй стабильных толерантностей..... | 25 |
| Забарина А. И., Пестов Г. Г. Теорема о целых алгебраических числах..... | 26 |
| Зюзьков В. М., Rolletschek Н. Достаточные условия для существования неразрешимых косвенно рефлексивных предложений..... | 27 |
| Кайгородов И. Б. О консервативных алгебрах..... | 28 |
| Князев О. В. О минимально полных конечных группах..... | 29 |
| Ковалёва Т. Л. Проблема аутентификации на матричной модулярной системе..... | 30 |
| Мисяков В. М. О некоторых свойствах колец эндоморфизмов абелевых групп..... | 31 |
| Никольская М. М. Об α -копиях сепарабельных p -групп..... | 32 |
| Приходовский М. А. Описание T -модулей с помощью кообразующего модуля..... | 33 |
| Рогозинский М. И. t -длина и k -вполне транзитивность однородно разложимых групп без кручения..... | 34 |

| | |
|--|----|
| Соломатин Д. В. О рангах планарности многообразий коммутативных полугрупп..... | 35 |
| Сорокин К. С. SP-группы с чистыми кольцами эндоморфизмов.... | 36 |
| Чехлов А. Р., Агафонцева М. В. Об абелевых группах с центральными квадратами коммутаторов эндоморфизмов..... | 37 |
| <u>Секция «Вещественный и комплексный анализ»</u> | 38 |
| Александров И. А., Копанев С. А. Об одной задаче в теории конформных отображений..... | 38 |
| Ахраменко В. К., Губкина Е. В., Прохорович М. А. Классы Соболева на ультраметрических пространствах с условием удвоения..... | 39 |
| Botirov G. I. Number of energy-values on a unit ball for the Potts model on a Cayley tree..... | 40 |
| Верхотурова М. А. О некоторых точных аппроксимационных константах..... | 41 |
| Колесников И. А. Отображение на область с симметрией вращения и дополнительной симметрией..... | 42 |
| Несмеев Ю. А. Алгоритм решения кубического уравнения..... | 43 |
| Пчелинцев В. А. Об области значений одного функционала..... | 44 |
| Садритдинова Г. Д. Свойства решений уравнения Лёвнера с начальным условием на границе..... | 45 |
| Сибиряков Г. В. Точки плотности меры Лебега..... | 46 |
| Соболев В. В. Решение задачи о продвижении контура нефтеносности методом конформного отображения..... | 47 |
| Соколов Б. В. О продолжении T_μ – отображений..... | 48 |
| Сорокин А. С. Об одном частном случае уравнения Лёвнера-Куфарева с переменной управляющей функцией..... | 49 |
| Чуриков В. А. Дробное уравнение Мальтуса в рамках d -анализа... .. | 50 |
| <u>Секция «Вычислительная математика и компьютерное моделирование»</u> | 51 |
| Абеляшев Д. Г. Математическое моделирование процессов самоочищения загрязнённого участка реки с помощью модификации моделей Герберта и Стритера-Фелпса..... | 51 |

| | |
|--|----|
| Аверина Т. А. Статистические алгоритмы моделирования стохастических дифференциальных уравнений с пуассоновской составляющей..... | 52 |
| Астафьев С. А. Решение интегро-дифференциального уравнения, моделирующего движение теплового потока в зоне лесного пожара, с использованием среды MATLAB..... | 53 |
| Барт А. А., Старченко А. В., Фазлиев А. З. Информационно-вычислительная система трехслойной архитектуры для краткосрочного прогноза качества воздуха в городах..... | 54 |
| Белов В. В., Тарасенков М. В., Шаманаева Л. Г., Буркатовская Ю. Б. Метод Монте-Карло в атмосферно-оптических и акустических приложениях..... | 55 |
| Болкисев А. А. Эффективные явные методы решения систем уравнений химической кинетики..... | 56 |
| Бычин И. В., Гореликов А. В. Математическое моделирование гидродинамики и теплообмена в сферических слоях с использованием вычислений на графических процессорах..... | 57 |
| Вобликова К. Е. Исследование модели динамики популяций типа «хищник - жертва» с учетом поискового поведения хищника..... | 58 |
| Гольдин В. Д. Алгоритм решения задачи сопряженного теплообмена твердого тела при его обтекании..... | 59 |
| Горобчук А. Г. Об одной численной схеме экспоненциальной подгонки для решения уравнений высокочастотного разряда в гидродинамическом приближении..... | 60 |
| Еремин М. О. Моделирование эффекта Портевена – ле Шателье, как проявление неустойчивости деформационных процессов..... | 61 |
| Еремин А. В., Кузнецова А. Э. Получение приближенного аналитического решения квазистатической задачи термоупругости | 62 |
| Ерин С. И., Богословский Н. Н. Усвоение спутниковых данных ASCAT с помощью фильтра Калмана..... | 63 |
| Зверев В. Г. Блочный итерационный метод решения разностных эллиптических уравнений..... | 64 |
| Иванов Б. Н. Прямой метод выделения циклов ячеек карты простого планарного графа..... | 65 |

| | |
|---|----|
| Катаев М. Ю., Лукьянов А. К. Моделирование сигнала спутникового Фурье-спектрометра среднего разрешения TANSO-FTS..... | 66 |
| Квасов Б. И. Алгоритмы формосохраняющей интерполяции весовыми бигармоническими сплайнами..... | 67 |
| Корчуганова М. Р., Есина З. Н. Компьютерное моделирование фазовых диаграмм однокомпонентных систем в программе PTOCS | 68 |
| Левченко Е. А. Эволюция квазиклассически сосредоточенной плотности для нелокального уравнения Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова..... | 69 |
| Лугина Н. Э., Стариков В. И. Вычисление интеграла, зависящего от параметра, в задачах молекулярной спектроскопии..... | 70 |
| Осипов В. А., Меркулова Н. Н. Исследование диффузионной модели изменения концентрации ауксина..... | 71 |
| Сенатова О. А., Бочкарева С. А. Оценка изменения эффективных свойств композиционных материалов при учете структурных неоднородностей..... | 72 |
| Ситников Г. И., Старченко А. В. Об одном методе прогнозирования обледенения воздушных судов..... | 73 |
| Смолин И. Ю., Еремин М. О., Макаров П. В. Моделирование структуры и деформирования хрупких пористых материалов..... | 74 |
| Старченко А. В., Барт А. А., Богословский Н. Н., Проханов С. А., Данилкин Е. А. Мезомасштабная метеорологическая модель для прогноза опасных погодных явлений вблизи аэропорта с использованием суперкомпьютера..... | 75 |
| Старченко А. В., Данилкин Е. А., Нутерман Р. Б., Тереньтьева М. В. Исследование явления сдвига ветра над взлетно-посадочной полосой аэропорта Богашево..... | 76 |
| Таныгина А. Н. О поведении ошибок в методе последовательных приближений для линейных операторных уравнений..... | 77 |
| Тереньтьева М. В., Старченко А. В. Об одной параметризации процессов влагообмена..... | 78 |
| Тиховская С. В. Двухсеточный метод повышенной точности для решения эллиптического уравнения реакции-диффузии..... | 79 |
| Трунов А. А., Старченко А. В. Оптимизация программного кода метода частиц в ячейках для моделирования сильноточных пучков заряженных частиц..... | 80 |

| | |
|--|----|
| Турсунов Д. А. Асимптотика решения бисингулярно возмущенного эллиптического уравнения, когда невозмущенное уравнение имеет особенность на границе..... | 81 |
| Уколов Р. Ю., Меркулова Н. Н. Простейшие модели морфогенеза растений..... | 82 |
| Цыденов Б. О., Старченко А. В. Применение $k-\omega$ модели турбулентности для исследования термобара в глубоком озере..... | 83 |
| Шельмина Е. А. Численная реализация задач переноса примеси с использованием разностных схем высокого порядка..... | 84 |
| Шерина Е. С. Исследование численных схем в задаче реконструкции распределения электрической проводимости внутри объекта по электрическим измерениям на границе..... | 85 |
| Шкредова Н. С., Гаврилов Б. И. Использование методов исследования операций для решения задач большой размерности в горном деле..... | 86 |
| Шумилов Б. М. Оптимизация вейвлет-преобразования эрмитовых сплайнов 5-й степени..... | 87 |
| Яковенко П. Г. Синтез оптимальных управлений переходными процессами..... | 88 |
| Odusanya S. D., Semenov M. E. Construction of orthogonal Latin squares..... | 89 |
| Semenov M. E., Tursunov D. A. A construction of block backward differential formula..... | 90 |
| <i>Секция «Геометрия и ее приложения»</i> | 91 |
| Баглаев И. И. Компьютерное моделирование объектов дифференциальной геометрии кривых в среде программирования FMSLogo.. | 91 |
| Бодренко И. И. О рекуррентности тензора нормальной кривизны двумерной поверхности в четырехмерном пространстве постоянной кривизны..... | 92 |
| Бухтяк М. С., Самылкина О. А. О раскрое сетеполотна для осесимметричного рефлектора..... | 93 |
| Гладков С. О., Богданова С. Б. О мере и метрике топологически одномерного физического фрактала..... | 94 |

| | |
|---|-----|
| Гомбоев Э. Д. Геометрическое моделирование профиля дисковой фрезы для формообразования деталей передаточного механизма... | 95 |
| Захаркин Н. В., Бубенчиков А. М. Компьютерная модель шевронного и арочного ЭЦ-зацепления..... | 96 |
| Казакявичюс С. М., Бубенчиков А. М. Математическое моделирование шевронного и арочного ЭЦ-зацепления..... | 97 |
| Камчатный С. А., Кузнецов В. М., Сковородин А. В., Щербаков Н. Р. Математическое моделирование процесса формообразования деталей конической передачи с ЭЦ-зацеплением..... | 98 |
| Кузнецов В. М., Щербаков Н. Р. Проектирование профиля фрезы для нарезки ЭЦ-зацепления..... | 99 |
| Лактионов С. А. Геометрическая характеристика инвариантов ассоциированного пучка матриц семейств прямых в проективном пространстве..... | 100 |
| Мычка Е. Ю. Терминальная задача импульсного управления для конических локальных динамических систем на плоскости..... | 101 |
| Седых А. Г. Об однородном пространстве $M^7 = SO(5)/SO(3)$ | 102 |
| Сковородин А. В., Щербаков Н. Р. Моделирование движения концевой инструмента при обработке цилиндрического ЭЦ-зацепления..... | 103 |
| Становской А. В., Бубенчиков А. М. Исследование влияния точности изготовления цилиндрического ЭЦ-зацепления на его характеристики..... | 104 |
| <u>Секция «Методика преподавания математики и механики. Инновационные технологии в образовательном процессе»</u> | 105 |
| Гриншпон И. Э. О развитии математического мышления студентов..... | 105 |
| Гриншпон И. Э., Гриншпон Я. С., Магазинников Л. И. О тестировании студентов по элементарной математике..... | 107 |
| Гриншпон Я. С. Методика обучения школьников решению теоретико-числовых задач повышенной сложности..... | 108 |
| Ельцов А. А., Ельцова Т. А. О наполнении содержания понятия прикладная математика..... | 109 |

| | |
|---|-----|
| Лазарева Е. Г., Устинова И. Г. Комплекс тестов по математическому анализу – I..... | 110 |
| Пуяткина Е. Н., Лазарева Е. Г., Устинова И. Г. Комплекс тестов по математическому анализу – II..... | 111 |
| Павлова Е. Б. Педагогический эксперимент в колледже ВСГУТУ.. | 112 |
| Павлова Е. Б., Цыренова В. Б. Модель развития исследовательской компетентности студентов в непрерывной образовательной системе «колледж-вуз»..... | 113 |
| Томилин А. К. Современные организационно-методические проблемы преподавания дисциплин механического профиля..... | 114 |
| Цыренова В. Б., Миронова Е. П. О развитии гуманитарной культуры студентов средствами математики..... | 115 |
| Яновская Н. Б. Модельно-прикладные умения при изучении математики..... | 116 |
| <u>Секция «Небесная механика»</u> | 117 |
| Александрова А. Г., Чувашов И. Н. Выявление критической численности околоземных объектов, при котором возможно возникновение каскадного эффекта столкновений..... | 117 |
| Амосов М. С., Быкова Л. Е. Применение приближенной аналитической теории резонансного возврата к определению сближений и вероятности столкновений астероидов с Землей..... | 118 |
| Баньщикова М. А., Козелов Б. В., Крученицкий Г. М., Кузьмин А. К., Мёрзлый А. М., Потанин Ю. Н., Чувашов И. Н. Некоторые результаты использования программы «Вектор-М» для решения задач пространственного и магнитного сопряжения между направлениями наблюдений прибора «Авровизор-ВИС/МП» с орбиты перспективного КА «Метеор-МП» и конкретными точками на высоте свечения и земной поверхности... | 119 |
| Баранников Е. А., Сюсина О. М., Черницов А. М., Тамаров В. А. Методы определения граничных точек доверительных областей в задаче исследования движения астероидов..... | 120 |
| Батурин А. П. Улучшение орбит астероидов при совместном использовании их угловых и радарных наблюдений..... | 121 |
| Батурин А. П., Вотчель И. А. Устранение разрывов координат больших планет и Луны, а также их производных, при прогнозировании движения астероидов..... | 122 |

| | |
|---|-----|
| Белей Д. А., Галушина Т. Ю. Альфа версия SolarSuit – системы визуализации движения объектов в любительских и научных областях астрономии..... | 123 |
| Бордовицына Т. В. Особенности динамики околоземных космических объектов искусственного происхождения..... | 124 |
| Бордовицына Т. В., Томилова И. В. Выявление и исследование влияния вековых резонансов на долговременную орбитальную эволюцию околоземных объектов..... | 125 |
| Быкова Л. Е., Ниганова Е. Н. Численное моделирование хаотических движений АСЗ вблизи некоторых резонансов с Землей..... | 126 |
| Галушина Т. Ю., Скрипниченко П. В. Исследование вероятностной орбитальной эволюции астероида 2012 DA14..... | 127 |
| Кинзерский В. В., Батурин А. П. Исследование влияния расположения навигационных спутников на точность определения координат наземных пунктов..... | 128 |
| Коксин А. М., Шефер В. А. Индикаторы хаотичности орбит: применение к ограниченной задаче трех тел..... | 129 |
| Курочкин К. В., Минибаев Р. Р., Томилова И. В. Исследование влияния вековых резонансов Лидова–Козаи на эволюцию орбит околоземных объектов..... | 130 |
| Лойченко Е. С., Эпиктетова Л. Е., Бордовицына Т. В. Новый взгляд на нерешенные проблемы, связанные с Тунгусским метеоритом..... | 131 |
| Самбаров Г. Е., Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Способ оценки моделей движения астероидов в задаче построения доверительных областей..... | 132 |
| Скрипниченко П. В., Галушина Т. Ю. Апробация методики отбраковки положений астероидов на основе наблюдений, проведенных в АО УрФУ..... | 133 |
| <u>Секция «Тематическая обработка спутниковых изображений»</u> | 134 |
| Астафуров В. Г., Евсюткин Т. В., Курьянович К. В., Скороходов А. В. Модель текстуры изображений облачности по спутниковым данным..... | 134 |

| | |
|---|-----|
| Афонин С. В., Белов В. В. Роль атмосферной коррекции в решении тематических задач аэрокосмических наблюдений земной поверхности..... | 135 |
| Баргалева С. А., Лупян Е. А. Методы обработки спутниковых изображений для мониторинга растительного покрова России..... | 136 |
| Борзов С. М., Потатуркин О. И. Обнаружение ландшафтных трансформаций на поверхности Земли по данным ДЗЗ..... | 137 |
| Дагуров П. Н., Дмитриев А. В. Некоторые результаты измерений радиояркостной температуры почвенных и водных покровов спутниковым радиометром SMOS/MIRAS..... | 138 |
| Катаев М. Ю., Андреев А. Г. Метод нейронных сетей в задаче восстановления общего содержания CO ₂ и CH ₄ по данным спутникового Фурье-спектрометра TANSO-FTS..... | 139 |
| Катаев М. Ю., Базелюк С. А. Метод случайных деревьев в задаче восстановления общего содержания CO ₂ по спутниковым данным | 140 |
| Катаев М. Ю., Бекеров А. А. Обнаружение экологических изменений природной среды по данным измерений MODIS..... | 141 |
| Катаев М. Ю., Лукьянов А. К. Метод эмпирических ортогональных функций в задаче восстановления общего содержания CO ₂ по данным спутникового прибора GOSAT..... | 142 |
| Кашкин В. Б., Григорьев А. С. Внутренние гравитационные волны в тропосфере по данным космического дистанционного зондирования..... | 143 |
| Кирбижекова И. И., Чимитдоржиев Т. Н. Картирование лесной растительности Бурятии на основе радарных и оптических данных | 144 |
| Кожевникова А. В. Атмосферная коррекция спутниковых данных с использованием методов параллельных вычислений..... | 145 |
| Малахов Д. В., Исламгулова А. Ф. Опыт параметрического дешифрирования растительного покрова по спутниковым данным низкого и среднего разрешения..... | 146 |
| Мячина К. В. К анализу динамики геоэкологического состояния ландшафтов нефтяного месторождения: применение неконтролируемой классификации космоснимков..... | 147 |
| Потылицин И. В., Богословский Н. Н., Бородина И. А., Кижнер Л. И. О возможности определения влажности почвы по метеорологическим спутникам Земли..... | 148 |

| | |
|---|-----|
| Протасов К. К., Протасов К. Т. Алгоритм распознавания образов по данным гиперспектральной съемки..... | 149 |
| Соломатов Д. В., <u>Афонин С. В.</u>, Белов В. В. Применение алгоритмов учета облачности в задаче атмосферной коррекции спутниковых данных на примере LANDSAT..... | 150 |
| Соловьев В. С. Исследование влияния крупномасштабных лесных пожаров на нижнюю атмосферу..... | 151 |
| Соловьев В. С., Варламова Е. В. Анализ вариаций индекса растительности Восточной Сибири по данным спутниковых наблюдений..... | 152 |
| Тарасенков М. В. Особенности атмосферной коррекции в видимом и УФ-диапазонах..... | 153 |
| Токарева О. С., Полищук Ю. М. Использование космических снимков для оценки экологического риска воздействия факельного сжигания попутного газа на нефтяных месторождениях Сибири.... | 154 |
| Чимитдоржиев Т. Н., Кирбижекова И. И., Быков М. Е. Мониторинг ледового покрова озера Байкал на основе спутниковой радиолокации..... | 155 |
| Чимитдоржиев Т. Н., Быков М. Е., Кирбижекова И. И. Локализация деформаций и оползней методами текстурного анализа и радарной интерферометрии..... | 156 |
| Энгель М. В., <u>Афонин С. В.</u> Программное обеспечение информационно-вычислительной web-системы расчета данных для проведения атмосферной коррекции спутниковых изображений | 157 |
| <u>Секция «Теоретическая механика и гидродинамика»</u> | 158 |
| Байзакова Г. А. Управление динамическими свойствами электро-механических систем при упругих колебаниях..... | 158 |
| Богатко Т. В. Численное моделирование отрывного течения в круглой трубе с внезапным расширением при вариации продольного градиента давления..... | 159 |
| Бубенчиков М. А., Потеев А. И., Бубенчиков А. М. Динамика наноразмерных частиц в газе..... | 160 |
| Бячков А. Б. Моделирование динамики механических систем с переменной кинематической структурой..... | 161 |

| | |
|--|-----|
| Гаврилов К. А., Демин В. А., Попов Е. А. Динамика и взаимодействие трехмерных плюмов в ограниченных полостях..... | 162 |
| Демин В. А., Попов Е. А. Точные решения некоторых задач математической физики по конвекции многокомпонентных жидкостей..... | 163 |
| Джакупов К. Б. Гипотеза Стокса и новые реологические законы... | 164 |
| Диль Д. О. Математическое моделирование процесса затопления шахтной выработки..... | 166 |
| Зегжда С. А., Солтаханов Ш. Х., Юшков М. П. Неголономная механика и управление движением механических систем..... | 167 |
| Зуев С. М. Устойчивость упрощенной платформы Стюарта с кривошипно-шатунными опорами..... | 168 |
| Ищенко А. Н., Буркин В. В., Бураков В. А., Корольков Л. В., Дьячковский А. С., Чупашев А. В., Зыков Е. Н., Степанов Е. В. Исследование движения удлинённых инертных тел в водной среде..... | 169 |
| Ищенко А. Н., Касимов В. З., Монахов Р. Ю., Родионов А. А., Тырышкин И. М. Численное исследование особенностей движения метаемого тела в затопленном водой стволе..... | 170 |
| Мазунина Е. С., Носков С. А. Влияние теплоотдачи на конвекцию в коаксиальном зазоре..... | 171 |
| Мартюшев С. Г., Шеремет М. А. Особенности применения методов конечных разностей и контрольного объема при моделировании конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутом объеме..... | 172 |
| Маслов Е. А., Жарова И. К., Федотова Н. С. Особенности численного моделирования течения в канале..... | 173 |
| Мирошниченко И. В., Шеремет М. А. Об одном подходе к математическому моделированию турбулентной естественной конвекции в замкнутой полости..... | 174 |
| Моисеенко М. О., Морозова О. О., Попов О. Н., Трепутнева Т. А. Применение общих теорем динамики и элементов теории удара, связанных с оценкой ДТП..... | 175 |
| Прокопенко Е. В. Продольные колебания упругих электропроводных систем в магнитном поле..... | 176 |

| | |
|--|-----|
| Резанова Е. В. Моделирование течений двухслойной системы "жидкость-газ" на основе точных решений..... | 177 |
| Синяев С. В., Володченков С. И. Импульсный индукционный нагрев полых тонкостенных цилиндрических проводников в магнитном поле соленоида в режимах многоочагового зажигания метательных зарядов..... | 178 |
| Томилин А. К. Динамика электромеханических систем с учетом продольного электромагнитного взаимодействия..... | 179 |
| Щербаков В. В. К вопросу о существовании оптимальной формы тонких жестких включений в упругой пластине..... | 180 |
| <u>Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»</u> | 181 |
| Губин В. Н. Некоторые модификации модели Райкина-Герцбаха... | 181 |
| Емельянова Т. В. Последовательное оценивание параметров непрерывной авторегрессии..... | 183 |
| Иванюк Ю. В., Мирошниченко И. В. Сравнительный анализ оценок параметров авторегрессии, полученных классическим методом наименьших квадратов и его последовательной модификацией..... | 184 |
| Исаева Н. А., Кривякова Э. Н. История преподавания теории вероятностей на факультете..... | 185 |
| Козырев А. С., Пчелинцев Е. А. Улучшенное оценивание параметров регрессии..... | 186 |
| Лысыкова А. С. Исследования доказательства теоремы существования и единственности решения стохастического дифференциального уравнения в модели Кокса-Ингерсолла-Росса..... | 188 |
| Марков Е. Ю., Пчелинцев Е. А. Оценивание функции в модели регрессии с белым шумом..... | 189 |
| Пчелинцев Е. А. Адаптивное непараметрическое оценивание функции регрессии..... | 190 |
| Сибиряков Г. В., Кривякова Э. Н. Реголит на Луне и Фобосе..... | 191 |
| Фатьянова М. Э., Семенов М. Е. Моделирование структурированных инвестиционных продуктов со встроенными бинарными опционами..... | 192 |

| | |
|--|-----|
| Шевченко Е. А. Хеджирование в модели Блэка-Шоулса при наличии транзакционных издержек..... | 193 |
| <u>Секция «Физическая и вычислительная механика»</u> | 194 |
| Александров Д. В., Бритоусова А. В., Низовцева И. Г. Направленное затвердевание с двухфазной зоной при наличии кинетики и конвекции в расплаве..... | 194 |
| Александров Д. В., Вихарев С. В., Иванов А. А., Низовцева И. Г., Малыгин А. П., Стародумов И. О. Математическое моделирование фрактальных свойств двухфазной зоны при затвердевании бинарных расплавов..... | 195 |
| Алексеев С. В., Ануфриев И. С., Копьев Е. П., Шарьпов О. В. PIV-диагностика структуры факела при сажепаровом горении жидких углеводородов..... | 196 |
| Ануфриев И. С., Шадрин Е. Ю., Шарьпов О. В. Аэродинамика вихревой топки нового типа..... | 197 |
| Барановский Н. В., Захаревич А. В. Физическое моделирование зажигания лесных горючих материалов одиночными нагретыми частицами..... | 198 |
| Герасимов А. В. Взаимодействие быстролетящего стержня с системой разнесенных движущихся пластин..... | 199 |
| Гольдин В. Д., Зверев В. Г., Овчинников В. А. Расчет излучения от двухфазной струи реактивного двигателя..... | 200 |
| Гольдин В. Д., Овчинников В. А. Влияние сопряженного теплообмена на аэродинамические характеристики вращающегося затупленного тела при обтекании сверхзвуковым потоком газа под углом атаки..... | 201 |
| Гришин А. М. О создании и развитии кафедры физической и вычислительной механики и научно-педагогической школы..... | 202 |
| Гришин А. М. Физико-математическое моделирование природных пожаров и новые способы борьбы с ними..... | 204 |
| Ершов И. В. Устойчивость течения Куэтта термически неравновесного двухатомного газа..... | 205 |
| Зверев В. Г., Гольдин В. Д., Назаренко В. А., Теплоухов А. В. Тепловая защита контейнеров со взрывоопасными жидкостями от воздействия пожаров..... | 206 |

| | |
|--|-----|
| Зима В. П., Касымов Д. П., Гришин А. М. Способ применения инертных газов для локализации и тушения очага торфяного пожара в целях охраны болотных экосистем..... | 207 |
| Зиновьева О. С., Романова В. А. О влиянии размера зерна на шероховатость поверхности. Численное моделирование..... | 208 |
| Касымов Д. П. Лабораторные исследования действия природных пожаров на модели деревянных конструкций..... | 209 |
| Касымов Д. П., Зима В. П., Гришин А. М. О механизме заглупления очага горения торфа..... | 210 |
| Лобода Е. Л., Рейно В. В., Столярчук Н. Д. Применение методов ИК-диагностики для регистрации высокотемпературных объектов, экранированных слоем пламени, образующемся при горении растительных горючих материалов и особенности измерения температуры в пламени при исследовании природных пожаров..... | 211 |
| Малоземов А. В. Задача деформации упругого тела при воздействии жесткого элемента..... | 212 |
| Овчинников И. И. Моделирование поведения толстостенного трубопровода взаимодействующего с жидкометаллической средой..... | 213 |
| Овчинников И. И. Численное исследование влияния жидкометаллической среды на поведение толстостенного трубопровода..... | 214 |
| Олейников А. И., Бормотин К. С. Численные метод решения обратной задачи формообразования панелей в режиме ползучести с деформационным старением..... | 215 |
| Пахомов М. А. Численное моделирование динамики и теплообмена отрывных дозвуковых газокапельных потоков..... | 216 |
| Приходовский М. А. О формализации астрономического влияния на сейсмичность..... | 217 |
| Сейранян С. П. О парадоксе в поведении перерезывающих сил в прямоугольной пластине в окрестности точки приложения сосредоточенной силы..... | 218 |
| Сенатова О. А., Люкшин Б. А. Оценка изменения модуля упругости при использовании различных моделей композиционного материала..... | 219 |

| | |
|---|-----|
| Федосеева Е. Л. Интервальные и тензорные вычисления в прикладных задачах механики..... | 220 |
| Цимбалюк А. Ф. Численное моделирование двухфазных струйных течений на сетках, адаптированных к направлению вектора скорости газа..... | 221 |
| Цимбалюк А. Ф. Численное моделирование сверхзвуковой нестационарной веерной струи..... | 222 |
| Цимбалюк А. Ф. Численное моделирование сверхзвуковой струи, истекающей в цилиндрическую полость..... | 223 |
| Houssami M., Mueller E., Фильков А.И., Thomas J., Skowronski N., Mell W., Gallagher M., Clark K., Simeoni A. Исследования в натуральных условиях образования горящих частиц в результате пожара в сосновом лесу..... | 224 |
| <u>Секция «Функциональный анализ и топология»</u> | 226 |
| Васильев А. В. Дискретные уравнения в свертках в полупространстве | 226 |
| Гензе Л. В. P -рефлексивность свободных абелевых периодических топологических групп | 227 |
| Гриншпон Я. С. Полиномиально непрерывные функции и топологии полиномиальной непрерывности..... | 228 |
| Гулько С. П. Дополняемые подпространства в $C_p(X)$ | 229 |
| Гулько С. П., Титова А. В. О классификации топологических групп вида $C_p(X, S^1)$, где X – конечномерный полиэдр..... | 230 |
| Козлов К. Л. Однородность и алгебраическая однородность | 231 |
| Корытов И. В. Равномерная выпуклость единичной сферы в пространстве Соболева периодических функций..... | 232 |
| Кручинин Д. В., Кручинин В. В. Тожества на основе производящей функции для полиномов Бернулли..... | 233 |
| Лазарев В. Р. О зависимых подпространствах в $C_p C_p(X)$ | 234 |
| Мерзликин Б. С. Квантование абелевой $N=1$ суперсимметричной тензорной калибровочной теории..... | 235 |
| Осипов А. В. О счетной сильной веерной тесноте пространства непрерывных функций в множественно-открытой топологии | 236 |

| | |
|--|-----|
| Полухина А. В., Хмылёва Т. Е. Непрерывность выпуклых функций | 237 |
| Рахматуллаев М. М. Слабо периодические меры Гиббса для модели Поттса на дереве Кэли | 238 |
| Рахматуллаев М. М., Расулова М. А. Слабо периодические основные состояния для модели Поттса..... | 239 |
| Трофименко Н. Н., Хмылева Т. Е. О линейных гомеоморфизмах пространств непрерывных функций на произведениях линейно упорядоченных пространств..... | 240 |
| Фёдоров А. А. Некоторые свойства пространства непрерывных функций на прямой Зоргенфрея в топологии поточечной сходимости | 241 |
| Хакимов Р. М. О существовании периодических гиббсовских мер для одной модели | 242 |
| Хмылева Т. Е. Пространства непрерывных функций на метризуемых не локально компактных пространствах..... | 243 |

СЕКЦИЯ
“АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА”

**КОЛЬЦА ЭНДОМОРФИЗМОВ ПОЧТИ ВПОЛНЕ
РАЗЛОЖИМЫХ АБЕЛЕВЫХ ГРУПП БЕЗ КРУЧЕНИЯ**

Благовещенская Е. А.

Петербургский государственный университет путей сообщения,
Санкт-Петербург

В классе почти вполне разложимых групп (**ACD-групп**) особая роль принадлежит подклассу **CRQ-групп** (с циклическим регуляторным фактором), характеризующему тем, что его представители содержат вполне характеристическую вполне разложимую подгруппу A конечного ранга (**регулятор**), фактор-группа по которой является не только конечной, но и циклической группой. В предположении, что A является блочно-жесткой группой кольцевого типа (то есть любые ее прямые слагаемые аддитивно изоморфны подкольцам кольца рациональных чисел \mathbb{Q} , и их типы либо совпадают, либо попарно несравнимы), доказана теорема в форме Бэра-Капланского [1]:

Теорема 1. Две **CRQ-группы** X и Y почти изоморфны тогда и только тогда, когда их кольца эндоморфизмов изоморфны.

Напомним, что *почти изоморфизм* является эквивалентностью, традиционно используемой в теории абелевых групп без кручения, так как классическое понятие изоморфизма в большинстве задач классификации неприменимо ввиду структурной сложности рассматриваемых групп.

Обобщение данного результата на класс **ACD-групп** оказалось невозможным, так как в нем доказано существование **строго неразложимых групп** с нециклическим регуляторным фактором, которые являются неразложимыми в обычном смысле и могут рассматриваться как «почти подгруппы» некоторых неразложимых групп с *гомоциклическим* регуляторным фактором (в каноническом разложении которого все циклические слагаемые имеют одинаковые порядки).

Теорема 2. Пусть X — неразложимая **ACD-группа**. Тогда существует **CRQ-группа** Y , кольцо эндоморфизмов которой изоморфно кольцу эндоморфизмов группы X , если и только если X строго неразложима.

Литература

1. Blagoveshchenskaya E., Ivanov G., Schultz P. The Baer-Kaplansky theorem for almost completely decomposable groups // Contemporary Mathematics. – 2001. – Vol. 273. – Pp. 85–93.

ГРУППЫ И КОЛЬЦА РАСЩЕПЛЕНИЯ ДЛЯ НЕРАЗЛОЖИМЫХ ЛОКАЛЬНЫХ ГРУПП БЕЗ КРУЧЕНИЯ

Вершина С. В., Фарукшин В. Х.

Московский педагогический государственный университет, Москва

Известны понятия кольца и поля расщепления для неразложимой p -локальной группы без кручения конечного ранга (Л. Лэди).

Определение 1.. Сервантную подгруппу B кольца целых p -адических чисел назовем группой расщепления для неразложимой p -локальной группы без кручения A p -ранга ≥ 2 , если $A \otimes B \cong A_1 \oplus B^k$, где $k \geq 1$. Если подгруппа A_1 не содержит прямых слагаемых изоморфных B , то натуральное число k назовем степенью расщепления группы A относительно B .

Определение 2. Внешней p -адической характеристикой элемента группы A относительно p -базиса, содержащего данный элемент, назовем p -адическую характеристику смежного класса, порожденного данным элементом в фактор-группе группы A по прямой сумме сервантных подгрупп ранга 1, порожденных p -базисом без данного элемента.

Теорема. Для неразложимой p -локальной группы без кручения A p -ранга ≥ 2 с полем расщепления K имеют место следующие утверждения:

1) Внешняя p -адическая характеристика любого элемента группы A является группой расщепления для группы A ;

2) Аддитивная группа \tilde{R} кольца расщепления группы A является группой расщепления для группы A ;

3) Группа расщепления B для группы A является кольцом расщепления для группы A , если ранг группы B равен рангу аддитивной группы поля расщепления K и степень расщепления группы A относительно B равна p -рангу группы A .

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (государственный контракт № 14.В37.21.0363).

МОДИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА ДИФФИ – ХЕЛЛМАНА НА МАТРИЧНОЙ МОДУЛЯРНОЙ СИСТЕМЕ

Горбунов Е. С.

Томский государственный университет, Томск

Основное препятствие к быстрому шифрованию большого количества данных с использованием блочного или поточного шифра, – это сложная проблема распределения ключей. Открытое распространение ключей Диффи-Хеллмана решает эту проблему. Оно позволяет паре пользователей системы выработать общий секретный ключ.

Предположим, существует два абонента: Алиса и Боб. Обоим абонентам известны некоторые два числа g и p , которые не являются секретными и могут быть известны также другим заинтересованным лицам. Для того, чтобы создать неизвестный более никому секретный ключ, оба абонента генерируют большие случайные числа: Алиса — число a , Боб — число b . Затем Алиса вычисляет значение: $A = g^a \bmod p$, и пересылает его Бобу, а Боб вычисляет: $B = g^b \bmod p$, и передаёт Алисе.

На втором этапе Алиса на основе имеющегося у нее a и полученного по сети B вычисляет значение: $B^a \bmod p = g^{ab} \bmod p$.

Боб на основе имеющегося у него b и полученного по сети A вычисляет значение: $A^b \bmod p = g^{ab} \bmod p$.

Таким образом, у Алисы и Боба получился один и тот же ключ.

Сложность протокола Диффи–Хеллмана зависит от сложности задачи дискретного логарифма в мультипликативной группе конечного поля. Известно, что такая задача легко решается с помощью квантового компьютера. Я предлагаю некоммутативный вариант протокола Диффи - Хеллмана, основанный на группе матриц порядка 2, взятых по некоторому простому модулю.

Литература

1. Rososhek S. K. New practical algebraic public - key cryptosystem and some related algebraic and computational aspects (Готовится к печати).
2. Алферов А. П., Зубов А.Ю. Основы криптографии. – М.: Гелиос АРВ, 2002. – 480 с.
3. Смарт Н., Мир программирования. Криптография. пер. с англ. С.А. Кулешова под ред. С.К. Ландо. – М.: Техносфера, 2005. – 525с.

ОПРЕДЕЛЯЕМОСТЬ ВЕКТОРНЫХ ГРУПП СВОИМ ГОЛОМОРФОМ

Гриншпон И. Э.

Томский государственный университет систем управления
и радиоэлектроники, Томск

Две группы называются *голоморфно изоморфными*, если голоморфы этих групп изоморфны. Говорят, что группа A *определяется своим голоморфом в некотором классе групп*, если любая группа B из этого класса, голоморфно изоморфная группе A , изоморфна группе A . В [1] показано, что всякая конечно порожденная абелева группа определяется своим голоморфом в классе всех конечно порожденных абелевых групп. Ряд интересных результатов об определяемости абелевых групп своими голоморфами получен И. Х. Беккером (см., например, [2]). Голоморфы (аффинные группы) модулей исследовались в [3].

Разложение $G = G_1 \oplus G_2$ группы G называется *полухарактеристическим*, если подгруппа G_1 характеристична в G , а подгруппа G_2 не является характеристической подгруппой группы G .

Пусть $G = \prod_{i \in I} G_i$ – редуцированная векторная группа, $G = G_1 \oplus G_2$ – некоторое ее полухарактеристическое разложение. Имеем $G_1 = \prod_{\alpha \in I_1} G_\alpha$,

$G_2 = \prod_{\beta \in I_2} G_\beta = \prod_{t \in T(G_2)} G_2^{(t)}$, где $T(G_2)$ – множество всех различных типов канонического разложения группы G_2 .

Введем обозначения:

$$I_1' = \{\alpha \in I_1 \mid \text{Hom}(G_2, G_\alpha \neq 0)\}, \quad T(\alpha) = \{t \in T(G_2) \mid t \leq t(G_\alpha)\}.$$

Пусть \mathfrak{R} – класс всех векторных групп. Получены достаточные признаки определяемости векторной группы своим голоморфом. В частности, доказан такой результат.

Теорема. Группа G из класса \mathfrak{R} определяется своим голоморфом в этом классе, если каждое полухарактеристическое разложение $G = G_1 \oplus G_2$ удовлетворяет одному из условий: 1) существует такой тип $t_0 \in T(G_2)$, что $|I(t_0)| \geq \aleph_0$; 2) существует $\alpha \in I_1$ такой, что $T(\alpha) \geq \aleph_0$.

Литература

1. Mills W. H. On the non-isomorphism of certain holomorphs // Trans. Amer. Math. Soc. – 1953. – V. 74. – N 3. – P. 428-443.
2. Беккер И. Х. Абелевы группы с изоморфными голоморфами. Изв. вузов. Математика. – 1975. – N 3. – С. 97-99.
3. Крылов П.А. Аффинные группы модулей и их автоморфизмы. Алгебра и логика. – 2001. – Т. 40. – N 1. – С. 60-82.

ТРАНЗИТИВНЫЕ И ВПОЛНЕ ТРАНЗИТИВНЫЕ АБЕЛЕВЫ ГРУППЫ БЕЗ КРУЧЕНИЯ

Гриншпон С. Я.

Томский государственный университет, Томск

Редуцированная абелева группа без кручения A называется *транзитивной* (*вполне транзитивной*), если для любых двух элементов $a, b \in A$ таких, что $\chi(a) = \chi(b)$ ($\chi(a) \leq \chi(b)$) существует автоморфизм (эндоморфизм) σ группы A , для которого $\sigma a = b$.

Транзитивные и вполне транзитивные группы играют важную роль в теории абелевых групп. Их исследованию посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных алгебраистов. Интенсивно такие группы изучаются сотрудниками кафедры алгебры ТГУ (см., например, [1–4]).

В настоящей работе получено описание K -прямых сумм однородных групп, являющихся транзитивными группами. С помощью этого описания получен следующий результат.

Теорема 1. Всякое однородно разложимое прямое слагаемое транзитивной группы является вполне транзитивной группой.

Из этой теоремы следует, что любая однородно разложимая транзитивная группа является вполне транзитивной.

Доказана также следующая теорема.

Теорема 2. Для всякого бесконечного кардинального числа \wp существует однородно разложимая вполне транзитивная группа A , не являющаяся транзитивной, такая, что одна из однородных компонент группы A имеет мощность \wp .

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.В37.21.0354 «Сохранение алгебраических и топологических инвариантов и свойств отображениями»); работа выполнена также в рамках темы 2.3684.2011 Томского государственного университета.

Литература

1. Крылов П.А. Сильно однородные абелевы группы без кручения. Сиб. матем. ж. – 1983. – N 2. – С. 77-84.
2. Чехлов А. Р. Вполне транзитивные группы без кручения конечного p -ранга. Алгебра и логика. – 2001. – т. 40. – N 6. – С. 698-715.
3. Гриншпон С.Я. Вполне характеристические подгруппы абелевых групп и вполне транзитивность. Фундамент. и прикл. матем. – 2002. – Т. 8, вып. 2. – С. 407-473.
4. Grinshpon S.Ya., Krylov P. A. Fully invariant subgroups, full transitivity and homomorphism groups of abelian groups Journal Math. Sciences, V. 128, N 3, 2005, P. 2894-2997.

ОБ АЛГЕБРАИЧЕСКИ ЗАМКНУТЫХ ГРУППАХ

Дурнев В. Г., Зеткина О. В.

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова,
Ярославль

Группа G называется *алгебраически замкнутой*, если любая система уравнений и неравенств над этой группой, имеющая решение в некотором ее расширении, имеет решение уже в самой группе G .

Изучение алгебраически замкнутых групп было начато в работах У. Скотта [1] и Б. Неймана [2]. Особую роль в этих исследованиях сыграла работа А. Макинтайра [3].

Еще в работе Б. Неймана было установлено, что любая алгебраически замкнутая группа является *простой*, поэтому, в частности, любая нетривиальная вербальная подгруппа алгебраически замкнутой группы совпадает со всей группой. Любая алгебраически замкнутая группа является *полной*: из любого ее элемента g извлекается корень произвольной степени n , т.е. разрешимо любое уравнение вида $x^n = g$.

Нетрудно показать, что произвольный элемент g любой алгебраически замкнутой группы G является коммутатором, т.е. в группе G разрешимо любое уравнение вида $[x, y] = g$.

Следующая теорема существенно усиливает эти утверждения.

Теорема. *В любой алгебраически замкнутой группе G каждое уравнение вида $w(x_1, \dots, x_n) = g$, где $w(x_1, \dots, x_n)$ -- непустое несократимое групповое слово от неизвестных x_1, \dots, x_n , а g -- произвольный элемент группы G , имеет решение.*

Литература

1. Scott W.R. Algebraically closed groups // Proc. Amer. Math. Soc. – 1951. – V. 2. – Pp. 118–121.
2. Neumann B.H. A note on algebraically closed groups // J. London. Math. Soc. – 1952. – V. 27. – Pp. 227–242.
3. Macintyre A. On algebraically closed groups // Ann. of Math. – 1972. – V. 96. – Pp. 53–97.

АССОЦИАТИВНЫЕ КОЛЬЦА С УСЛОВИЕМ МИНИМАЛЬНОСТИ С БУЛЕВОЙ АЛГЕБРОЙ СТАБИЛЬНЫХ ТОЛЕРАНТНОСТЕЙ

Жинжилов Д. А.

Омский государственный педагогический университет, Омск

Понятие стабильной толерантности для произвольных алгебр введено и изучалось в [1]. В [2] охарактеризованы коммутативные нётеровы ассоциативные кольца с единицей и кольца матриц над телом, в которых любая стабильная толерантность транзитивна; а также ассоциативные B -кольца (т. е. кольца, решётка стабильных толерантностей которых является булевой алгеброй) с единицей. В [3] охарактеризованы ассоциативные B -нилькольца.

В настоящей работе продолжается изучение ассоциативных B -колец. Напомним, что бинарное отношение на множестве называется *толрантностью*, если оно рефлексивно и симметрично. Толерантность с кольца K называется *стабильной*, если для любых элементов a, b, c кольца K из acb следует $(a+c)c(b+c)$, $accbc$ и $caccb$. Основным результатом работы является

Теорема. *Ассоциативные B -кольца, удовлетворяющие условию минимальности для левых (правых) идеалов, исчерпываются телами и кольцами с нулевым умножением.*

Литература

1. Мартынов Л.М., Ситников В.М. О полугруппах, в которых любая стабильная толерантность транзитивна // Алгебра и теория чисел. – Вып.4. – Нальчик, 1979. – С. 68-78.
2. Мартынов Л.М., Нагель В.В. О стабильных толерантностях в ассоциативных кольцах // Математика и информатика: наука и образование: Межвузовский сборник научных трудов: Ежегодник. – Омск: Изд-во ОмГПУ. – 2007. – Вып. 6. – С. 35-38.
3. Жинжилов Д. А. Ассоциативные нилькольца с булевой алгеброй стабильных толерантностей. Тезисы доклада. Международная конференция "Мальцевские чтения" (12–16 ноября 2012 г.), Новосибирск, ИМ СО РАН, 2012. – С. 104. – http://math.nsc.ru/conference/malmeet/12/malmeet_2012.pdf

ТЕОРЕМА О ЦЕЛЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЧИСЛАХ

Забарина А. И., Пестов Г. Г.

Томский государственный педагогический университет, Томск

Томский государственный университет, Томск

Теорема. Пусть $g(y) = y^n + c_1y^{n-1} + \dots + c_0$ есть неприводимый над \mathbb{Q} многочлен с целыми коэффициентами. Пусть v_1, v_2, \dots, v_n – корни многочлена $g(y)$, такие что $|v_1| > 1, |v_2| < 1, \dots, |v_n| < 1$. Тогда при неограниченном возрастании k разность между числом $(v_1)^k$ и ближайшим к нему целым числом стремится к нулю.

Литература

Айерлэнв К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. – М.: Мир, 1987.

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ НЕРАЗРЕШИМЫХ КОСВЕННО РЕФЛЕКСИВНЫХ ПРЕДЛОЖЕНИЙ

Зюзьков В. М., Rolletschek H.

Томский государственный университет, Томск
Research Institute for Symbolic Computation, Linz, Austria

Изучается существование неразрешимых косвенно рефлексивных предложений в арифметике Пеано PA [1]. Пусть предикат $P(\lceil F \rceil)$ (соответственно $R(\lceil F \rceil)$) выражает доказуемость (соответственно разрешимость) формулы F ; $\lceil F \rceil$ обозначает гёделевый номер формулы F [2]. Данная работа обобщает результаты из [1].

Пусть для данных формул A_1, A_2, \dots, A_n , $n \geq 1$, имеем $\vdash A_i \sim Z_i$, где каждая формула Z_i получена из формул $P(\lceil A_k \rceil)$, $R(\lceil A_k \rceil)$ с помощью пропозициональных связок. Рассмотрим следующую формулу ϕ логики высказываний:

$$(A_1 \sim W_1) \& (A_2 \sim W_2) \& \dots \& (A_n \sim W_n),$$

где все W_i получены из Z_i заменой $P(\lceil A_k \rceil)$ на A_k и $R(\lceil A_k \rceil)$ на $\neg A_k$. Символы A_i трактуются как пропозициональные переменные.

Теорема 1 (достаточное условие для неразрешимости). Если формула ϕ является невыполнимой формулой пропозициональной логики, то, крайней мере, хотя бы одно из утверждений A_i является неразрешимым. Используем следующие обозначения: если i есть индекс, пробегающий диапазон $1, 2, \dots, n$, то $i+$ обозначает $i+1$ для всех $i = 1, \dots, n-1$, и $i+ = 1$ для $i = n$. Тогда мы имеем следующий результат.

Теорема 2. Пусть для $i = 1, \dots, n$, формула A_i есть какое-то утверждение из следующего списка:

- (1) A_{i+} – доказуемо,
- (2) A_{i+} – недоказуемо,
- (3) A_{i+} – опровержимо,
- (4) A_{i+} – неопровержимо.

Пусть количество значений индекса i , для которых A_i утверждает (2) или (3), нечетно. Тогда среди A_i есть неразрешимая формула.

Литература

1. Зюзьков В.М. Неразрешимые косвенно рефлексивные предложения // Вестник ТГУ. Математика и механика. – 2010. – № 1(9). – С. 21 – 33.
2. Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994. – 396 с.

О КОНСЕРВАТИВНЫХ АЛГЕБРАХ

Кайгородов И. Б.

Институт математики им. С. Л. Соболева, Новосибирск

В свое время [1], Кантор ввел понятие консервативных алгебр, как алгебр “устойчивых” относительно малых деформаций умножения, а именно, это алгебры удовлетворяющие тождеству

$$b(a(xy)-(ax)y-x(ay))-a((bx)y)+(a(bx))y+(bx)(ay)-a(x(by))+ \\ (ax)(by)+x(a(by))=-(a*b)(xy)+((a*b)x)y+x((a*b)y),$$

где * – это некоторое (возможно, другое) умножение на том же векторном пространстве. Также, он классифицировал простые консервативные алгебры порядка два. Как оказалось, консервативными являются такие хорошо известные классы алгебр, как ассоциативные, йордановы, лиевы, а также алгебры Лейбница. Естественно возникает вопрос: как связано множество консервативных алгебр с другим основными многообразиями алгебр? В работе показано, что квазиассоциативные алгебры являются консервативными, найдены условия когда левокоммутативные алгебры являются консервативными, построен пример левокоммутативной неконсервативной алгебры, была доказана

Теорема. Первичная левокоммутативная консервативная алгебра является обобщенно-ассоциативной, а её присоединенная алгебра коммутативна.

Также, Кантор вводит понятие “алгебры” алгебр. Как оказалось позже, данная конструкция является консервативной алгеброй и служит одним из способов классификации n -мерных алгебр. Так, нами была описана “алгебра” 2-мерных алгебр, и описаны все её дифференцирования.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ (проект МК-330.2013.1).

Литература

1. Кантор И.Л. Некоторые обобщения йордановых алгебр. – Труды семинара по векторному и тензорному анализу. – 1972. – Т. 16. – С. 407–499.

О МИНИМАЛЬНО ПОЛНЫХ КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ

Князев О. В.

Омский государственный педагогический университет, Омск

В [1] предлагается обширная программа по исследованию введенных там аналогов основных понятий теории абелевых групп для произвольных универсальных алгебр. Одной из задач этой программы является проблема 10: *охарактеризовать минимально полные алгебры данного многообразия алгебр*. Нас интересует класс минимально полных групп.

Напомним необходимые нам определения. Пусть \mathbf{V} – многообразие всех групп; $L(\mathbf{V})$ – решетка подмногообразий многообразия \mathbf{V} , $\mathbf{X} \in L(\mathbf{V})$, $A \in \mathbf{V}$. Единственным классом \mathbf{X} -вербальной конгруэнции $\rho(\mathbf{X}, A)$ на группе A ($\rho(\mathbf{X}, A)$ – наименьшая из конгруэнций на A , фактор-группы по которым принадлежат \mathbf{X}), являющимся подгруппой группы A , будет класс, содержащий единицу группы. Обозначают его через $\mathbf{X}(A)$ и называют \mathbf{X} -вербалом группы A (\mathbf{X} -вербальной подгруппой). Группу A называют *полной*, если равенство $\mathbf{P}(A) = A$ имеет место для любого атома \mathbf{P} из решетки $L(\mathbf{V})$. Если полная группа не имеет собственных, отличных от единицы, полных подгрупп, то ее называют *минимально* полной группой. Заметим, что понятие полной группы в классе абелевых групп эквивалентно обычному понятию полной абелевой группы [1]. Очевидно, что всякая неабелева минимально простая группа будет минимально полной группой. Имеет место

Теорема. *Класс конечных минимально полных групп не совпадает с классом конечных неабелевых минимально простых групп.*

Литература

1. Мартынов Л. М. О понятиях полноты, редуцированности, примарности и чистоты для произвольных алгебр // Универсальная алгебра и ее приложения. Тр. междунард. семинара. – Волгоград, 2000.– С. 179–190.

ПРОБЛЕМА АУТЕНТИФИКАЦИИ НА МАТРИЧНОЙ МОДУЛЯРНОЙ СИСТЕМЕ

Ковалёва Т. Л.

Томский государственный университет, Томск

Установление подлинности (аутентификации) всех аспектов информационного взаимодействия является важной составной частью проблемы обеспечения достоверности получаемой информации. Средством для проведения аутентификации являются протоколы, позволяющие осуществить аутентификацию каждой из участвующих во взаимодействии и не доверяющие друг другу сторон.

Всякий раз, когда Боб получает сообщение, в котором утверждается, что оно было послано от Алисы, система аутентификации должна позволить ему убедиться не только в том, что это сообщение действительно исходит от Алисы, но и в том, что оно не было изменено при передаче.

Любая аутентификационная система состоит из пространства ключей K и для каждого $k \in K$ из пространства сообщений M_k , пространства меток T_k и аутентификационной функции $A_k : M_k \rightarrow T_k$. При этом для любого заданного k должен легко получаться эффективный алгоритм вычисления A_k .

Аутентификационные схемы не способны обеспечивать улаживание разногласий, возникающее между участниками. Тогда механизмом решения такой проблемы является цифровая подпись.

Известно, что проблема аутентификации в крипосистемах, основанных на коммутативных группах, легко взламывается с помощью квантового компьютера. В моей работе строится протокол с использованием некоммутативных матричных групп, взятых по модулю простого числа, что усложняет задачу.

Литература

1. Rososhek S. K., New practical algebraic public - key cryptosystem and some related algebraic and computational aspects (Готовится к печати).
2. Алферов А. П., Зубов А.Ю. Основы криптографии. – М.: Гелиос АРВ, 2002. – 480 с.
3. Брассар Ж. Современная криптология. – М.: Полимед, 1999. – 176 с.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ КОЛЕЦ ЭНДОМОРФИЗМОВ АБЕЛЕВЫХ ГРУПП

Мисяков В. М.

Томский государственный университет, Томск

Все рассматриваемые здесь группы, являются абелевыми, редуцированными. С произвольным ненулевым элементом $a \in G$ можно связать следующие подгруппы: $\mathbf{mac}(a) = \langle b \in G \mid H_G(b) = H_G(a) \rangle$, $\mathbf{mic}(a) = \langle b \in G \mid \exists \beta \in \mathbf{Aut}(G), \beta(a) = b \rangle$, $\mathbf{weak}(a) = \langle b \in G \mid \exists \beta, \nu \in \mathbf{E}(G), \beta(a) = b, \nu(b) = a \rangle$, $\mathbf{mifc}(a) = \{b \in G \mid \exists \beta \in \mathbf{E}(G), \beta(a) = b\}$.

Определение. Группу G будем называть слабо транзитивной, если для произвольных $x, y \in G$ из существования эндоморфизмов $\beta, \nu \in \mathbf{E}(G)$ таких, что $\beta(x) = y$, $\nu(y) = x$ следует существование $\gamma \in \mathbf{Aut}(G)$ такого, что $\gamma(x) = y$.

Лемма 1. *Группа G эндотранзитивна тогда и только тогда, когда $\mathbf{mac}(a) \subseteq \mathbf{mifc}(a)$ для любого ненулевого $a \in G$.*

Лемма 2. *Группа G слабо транзитивна тогда и только тогда, когда $\mathbf{weak}(a) = \mathbf{mic}(a)$ для любого ненулевого элемента $a \in G$.*

Предложение 3. *Группа G транзитивна тогда и только тогда, когда G слабо транзитивна и $\mathbf{weak}(a) = \mathbf{mac}(a)$ для любого ненулевого элемента $a \in G$.*

Следствие 4. *Для группы G , у которой всякий ненулевой эндоморфизм, порождённый автоморфизмами, является мономорфизмом, следующие условия эквивалентны: 1) G – транзитивная группа; 2) $\langle \mathbf{Aut}(G) \rangle \cong \mathbf{mac}(a)$ для любого ненулевого элемента $a \in G$.*

Теорема 5. *Для группы G , у которой всякий ненулевой эндоморфизм является мономорфизмом, следующие условия эквивалентны: 1) $\mathbf{E}^+(G) = \langle \mathbf{Aut}(G) \rangle$; 2) G – слабо транзитивная группа и $\mathbf{mifc}(a) = \mathbf{weak}(a)$ для любого ненулевого $a \in G$.*

Теорема 6. *Группа G (вполне) транзитивна тогда и только тогда, когда $\mathbf{E}(G)$ действует (вполне) транзитивно на $p^y G$ для любого порядкового числа y и произвольного простого числа p .*

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (соглашение № 14. В 37.21.0354 «Сохранение алгебраических и топологических инвариантов и свойств отображениями»).

ОБ α -КОПИЯХ СЕПАРАБЕЛЬНЫХ p -ГРУПП

Никольская М. М.

Томский государственный архитектурно-строительный университет,
Томск

Исследуются связи между некоторыми свойствами возрастающей последовательности неотрицательных целых чисел и свойствами редуцированной сепарабельной p -группы A при условии изоморфизма группы A на её вполне характеристическую подгруппу S , задаваемую последовательностью α .

Определение. Пусть $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \dots)$ – возрастающая последовательность неотрицательных целых чисел и символов ∞ . Будем говорить, что редуцированная сепарабельная p -группа A имеет α -копию, если α – U -последовательность ([1]) для группы и $A \cong A(\alpha)$.

Обозначим через W множество всех возрастающих последовательностей неотрицательных целых чисел.

Теорема 1. Пусть $\alpha \in W$ и A – неограниченная редуцированная сепарабельная p -группа, имеющая α -копию. Тогда

- 1) если последовательность α для некоторого $i \in N_0$ имеет скачок в α_{i+1} ([1]), то $f_A(i) \neq 0$ и $f_A(i) \geq f_A(\alpha_i)$, где $f_A(i)$ – i -ый инвариант Ульма – Капланского ([2]);
- 2) если в α_{i+1} скачка нет, то $f_A(i) = f_A(\alpha_i)$.

Обозначим через W_0 – множество всех возрастающих последовательностей неотрицательных целых чисел, начинающихся с нуля.

Теорема 2. Пусть $\alpha \in W_0$ и A – неограниченная редуцированная сепарабельная p -группа, все инварианты Ульма – Капланского которой конечны. Тогда, если α имеет хотя бы один скачок, то группа A не имеет α -копию.

Литература

1. Kaplansky I. Infinite Abelian groups // Michigan. – Ann Arbor. – Univ. Michigan Press. – 1968. – 94 p.
2. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы / Л. Фукс – М.: Мир, 1974. – Т. 1. – 335 с.

ОПИСАНИЕ Т-МОДУЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ КООБРАЗУЮЩЕГО МОДУЛЯ

Приходовский М. А.

Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники, Томск

Согласно [1], Е-модуль A над кольцом R определяется равенством $\text{Hom}(R, A) = \text{Hom}_R(R, A)$. Оно эквивалентно свойству: для всякого модуля M над кольцом R верно, что $\text{Hom}(M, A) = \text{Hom}_R(M, A)$, то есть все гомоморфизмы из любого модуля над кольцом R в данный модуль, являются модульными. По аналогии с Е-модулями, для сопряжённого функтора \otimes введены и исследовались Т-модули, определяемые с помощью изоморфизма $A \otimes R \cong A \otimes_R R$ [2]. В связи с этим возникает естественный вопрос о возможности сведения описания Т-модулей только к свойствам гомоморфизмов, без использования тензорного произведения. В [2] было доказано, что определение Т-модуля A_R эквивалентно следующему свойству: для всякого модуля M над кольцом R выполняется равенство $\text{Hom}(A, M) = \text{Hom}_R(A, M)$, то есть все гомоморфизмы из данного модуля в любой другой являются модульными. В связи с этим можно ставить вопрос о нахождении такого единственного модуля C , что равенство $\text{Hom}(A, C) = \text{Hom}_R(A, C)$ полностью описывало бы данное свойство, то есть было бы эквивалентно тому, что $\text{Hom}(A, M) = \text{Hom}_R(A, M)$ для любого модуля M . Для Е-модулей таковым является модуль R_R , являющийся образующим в категории правых модулей над кольцом R . Доказано, что для подобного описания Т-модуля с помощью групп гомоморфизмов, модуль C должен быть кообразующим в категории правых модулей над кольцом R .

Литература

1. Pierce R.S. E-modules // Contemporary Math. – 1989. – Vol. 89. – Pp. 221–240.
2. Приходовский М.А. Изоморфизмы тензорных произведений модулей и Т-модули // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физ.-матем. наук, Томск, 2002.

t-ДЛИНА И k-ВПОЛНЕ ТРАНЗИТИВНОСТЬ ОДНОРОДНО РАЗЛОЖИМЫХ ГРУПП БЕЗ КРУЧЕНИЯ

Рогозинский М. И.

Томский государственный университет, Томск

Понятие вполне транзитивности является одним из ключевых в теории абелевых групп. В работе приводится обобщение данного понятия и исследуются однородно разложимые группы без кручения.

Определение 1 ([1]). Пусть G – группа без кручения и $k \in \mathbb{N}$. Кортеж $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ элементов группы G называется t -независимым, если при $i \neq j$ типы $t(x_i)$ и $t(x_j)$ несравнимы. Наибольшую длину t -независимого кортежа группы G назовем t -длиной и будем обозначать $k_t(G)$. В случае, если в группе G существует t -независимый кортеж длины k для всех $k \in \mathbb{N}$, полагаем $k_t(G) = \infty$.

Определение 2 ([1]). Пусть G – группа без кручения и $k \in \mathbb{N}$. Группу G назовем k -вполне транзитивной, если для любых двух кортежей $X = (x_1, x_2, \dots, x_k), Y = (y_1, y_2, \dots, y_k)$, элементов группы G , удовлетворяющих условиям:

$$(1) \quad \chi(x_i) \leq \chi(y_i) \text{ для любого } i = \overline{1, k};$$

$$(2) \quad \text{кортеж } X \text{ является } t\text{-независимым};$$

следует существование эндоморфизма θ группы G со свойством $\theta(x_i) = y_i$ ($i = \overline{1, k}$).

Предложение 3. Пусть $G = \bigoplus_{i \in T} G_i$ однородно разложимая редуцированная группа. Если G удовлетворяет условию контрастности для типов, то $k_t(G) = C_n^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$, при $|T| = n$, и $k_t(G) = \infty$, при $|T| \geq \aleph_0$.

Теорема 4. Однородно разложимая группа $G = \bigoplus_{i \in T} G_i$ является k -вполне транзитивной для всех $k \in \mathbb{N}$ тогда и только тогда, когда G имеет следующий вид: G – однородная вполне транзитивная группа либо $G = G_{t_1} \oplus G_{t_2}$, где G_{t_1}, G_{t_2} – вполне транзитивные группы и $t_1 \vee t_2 = (\infty, \infty, \dots)$ – делимый тип.

Литература

1. Рогозинский М. И. О k -вполне транзитивности вполне разложимых абелевых групп без кручения // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. – 2012. – № 4. – С. 25-35.

2. Гриншпон С. Я. Вполне характеристические подгруппы абелевых групп и вполне транзитивность // Фундамент. и прикл. матем. – 2002. – Т. 8, №2. – С. 407-473.

О РАНГАХ ПЛАНАРНОСТИ МНОГООБРАЗИЙ КОММУТАТИВНЫХ ПОЛУГРУПП

Соломатин Д. В.

Омский государственный педагогический университет, Омск

Изучается предложенное Л. М. Мартыновым понятие ранга планарности для многообразий коммутативных полугрупп. Напомним, что ранее автором описаны ранги планарности многообразий коммутативных моноидов [1]. Приведем необходимые определения. *Многообразие V полугрупп имеет ранг планарности $r = r_\pi(V)$* , где r – натуральное число, если все V –свободные полугруппы ранга $\leq r$ допускают планарный граф Кэли, а V –свободная полугруппа ранга $r + 1$ уже не допускает планарный граф Кэли. Если для многообразия V такого натурального числа r не существует, то многообразие V полугрупп имеет бесконечный ранг планарности.

Условимся относительно некоторых обозначений: $\mathbf{C} = \text{var}\{xy=yx\}$ – многообразие всех коммутативных полугрупп; $\mathbf{A}_n = \text{var}\{x^n y=y, xy=yx\}$ – многообразии всех абелевых групп экспоненты $n > 1$; $\mathbf{CB}_{r,m} = \text{var}\{x^{r+m}=x^r, xy=yx\}$ – многообразии всех коммутативных полугрупп бернсайдовского типа, где $r > 0, m > 0$; $\mathbf{CN}_s = \text{var}\{x_1 x_2 \dots x_s y = x_1 x_2 \dots x_s, xy=yx\}$ – многообразии всех коммутативных нильпотентных полугрупп степени $s > 1$; $\mathbf{CNil}_r = \text{var}\{x^r y=x^r, xy=yx\}$ – многообразии всех коммутативных нильполугрупп индекса $r > 1$.

Основным результатом работы является

- Теорема.** 1) $r_\pi(\mathbf{C}) = 2$;
2) $r_\pi(\mathbf{A}_2) = 3$ и $r_\pi(\mathbf{A}_n) = 1$ при $n > 2$;
3) $r_\pi(\mathbf{CB}_{1,1}) = 3$, $r_\pi(\mathbf{CB}_{r,m}) = 1$ при $r > 0, m > 2$, и $r_\pi(\mathbf{CB}_{r,m}) = 2$ в остальных случаях;
4) $r_\pi(\mathbf{CN}_2) = \infty$, $r_\pi(\mathbf{CN}_3) = 3$ и $r_\pi(\mathbf{CN}_s) = 2$ при $s > 3$;
5) $r_\pi(\mathbf{CNil}_r) = 2$ при любом $r > 1$.

Литература

1. Соломатин, Д.В. Ранги планарности многообразий коммутативных моноидов // Вестник Омского университета. – Омск: Изд-во ОмГУ. - 2012. – Вып. 4. С. 47-51.

SP-ГРУППЫ С ЧИСТЫМИ КОЛЬЦАМИ ЭНДОМОРФИЗМОВ

Сорокин К. С.

Томский государственный университет, Томск

Кольцо называется чистым, если всякий его элемент может быть представлен в виде суммы идемпотентного и обратимого элементов. Понятие чистого кольца было предложено Николсоном [1] в 1977 году как пример кольца, в котором идемпотенты поднимаются по модулю любого левого (правого) идеала. Класс чистых колец является довольно широким и содержит, например, полусовершенные кольца (следовательно, и все конечные кольца), кольца линейных операторов векторных пространств, кольца эндоморфизмов проективных модулей над правым совершенным кольцом. В свою очередь класс чистых колец является собственным подклассом класса заменяемых колец. В данной работе рассматриваются вопросы чистоты колец эндоморфизмов SP -групп конечного ранга без кручения.

Определение 1. Редуцированная смешанная абелева группа A с бесконечным числом ненулевых p -компонент называется SP -группой, если естественное вложение $\bigoplus_p A_p \rightarrow A$ продолжается до сервантного вложения $A \rightarrow \prod_p A_p$.

Определение 2. Группа A называется самомалой, если образ каждого гомоморфизма $A \rightarrow \bigoplus_{\aleph} A$ (\aleph – произвольный кардинал) содержится в сумме конечного числа слагаемых A .

Теорема 1. Кольцо эндоморфизмов самомалой SP -группы конечного ранга без кручения является чистым.

Литература

1. Nicholson W.K. Lifting idempotents and exchange rings // Trans. Amer. Math. Soc. – 1977. – №229. – Pp. 269–278.
2. Крылов П.А. Об одном классе смешанных абелевых групп // Вестник ТГУ. – 2000. – Т. 269. – С. 29–34.

ОБ АБЕЛЕВЫХ ГРУППАХ С ЦЕНТРАЛЬНЫМИ КВАДРАТАМИ КОММУТАТОРОВ ЭНДОМОРФИЗМОВ

Чехлов А. Р., Агафонцева М. В.

Томский государственный университет, Томск

Через \mathbf{Q} обозначается аддитивная группа всех рациональных чисел, Z_{p^∞} – квазициклическая p -группа. Класс абелевых групп, кольца эндоморфизмов которых удовлетворяют тождеству $[[x, y]^2, z] = 0$, где $[x, y] = xy - yx$, обозначим через ZBL_2 .

Теорема 1. Пусть D – ненулевая делимая группа. Тогда $D \in ZBL_2$ в том и только в том случае, когда D изоморфна одной из следующих трех групп:

1) $D \cong \mathbf{Q} \oplus \mathbf{Q}$ или $D \cong \mathbf{Q}$;

2) $D \cong \mathbf{Q} \oplus (\bigoplus_{p \in \Pi} Z_{p^\infty})$, где Π – некоторое непустое множество простых

чисел;

3) $D \cong \bigoplus_{p \in \Pi} (\bigoplus_{m_p} Z_{p^\infty})$, где Π – некоторое непустое множество простых

чисел, а $m_p = 1$ или $m_p = 2$ для каждого $p \in \Pi$.

Теорема 2. Если $0 \neq D$ – делимая часть группы A , $A = B \oplus D$ и $0 \neq B$ – группа без кручения, то $A \in ZBL_2$ в том и только в том случае, когда $E(B)$, $E(D)$ – коммутативные кольца.

Теорема 3. Пусть A – вполне разложимая группа без кручения, не являющаяся делимой, $A = B \oplus D$, где D – делимая часть группы A . Тогда $A \in ZBL_2$ в том и только в том случае, когда:

1) если $D \neq 0$, то $D \cong \mathbf{Q}$, а B – прямая сумма групп ранга 1 с попарно несравнимыми типами;

2) если $D = 0$, то $A = \bigoplus_{i \in I} A_i$, где типы прямых слагаемых ранга 1 групп

A_i и A_j не сравнимы при $i \neq j$, причем либо $r(A_i) = 1$, либо $A_i = B_i \oplus C_i$, где $r(B_i) = 1$, а группа C_i изоморфна группе B_i или является прямой суммой групп ранга 1 с попарно несравнимыми типами, каждый из которых больше, чем тип $t(B_i)$.

Получено также структурное описание сепарабельных и векторных групп без кручения из класс ZBL_2 .

Работа выполнена при поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009 – 2013 годы (№ 14. В 37.21.0354) и частично в рамках темы 2.3684.2011 Томского государственного университета.

СЕКЦИЯ
“ВЕЩЕСТВЕННЫЙ И КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ”

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ В ТЕОРИИ КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

Александров И. А., Копанев С. А.

Томский государственный университет, Томск

Среди плоских топологических отображений областей богатством приложений в задачах механики сплошных сред, теплопроводности и т.д. имеют отображения с сохранением в соответствующих друг другу точках величин углов, то есть конформные отображения. Все односвязные области, имеющие на своей границе более одной точки, конформно эквивалентны, в частности, единичному кругу $E = \{z \in C: |z| < 1\}$. Конформные отображения реализуются голоморфными и однолиственными отображениями. Линейное преобразование w -плоскости позволяет из подобных друг другу областей выделить области, содержащие точку нуль и имеющие в ней конформный радиус, равный единице. Множество отображений круга E на такие области образует класс S голоморфных однолистных отображений $f: E \rightarrow C$, $w = f(z) = z + c_2 z^2 + \dots$. Класс S не обладает свойством линейности и, возможно, этим объясняется трудность решения многих геометрических и экстремальных задач, относящихся к S . Потребовалось развитие новых методов (метод структурных формул, метод параметрических представлений, метод внутренних вариаций и другие).

Отдельное направление исследований сформировалось вокруг задачи об оценке кривизны линии уровня (образа окружности $0 < |z| = r < 1$ относительно голоморфного однолистного отображения). Точная верхняя оценка кривизны линии уровня на классе S не найдена. В докладе приводятся конкретные результаты по этой задаче, полученные в классе S и в других классах. Отметим относящиеся сюда работы И.Е. Базилевича, Г. В. Корицкого, Я. С. Мирошниченко, А. И. Прохоровой, В. А. Зморовича, И. А. Александрова и других авторов. Лучшая верхняя оценка принадлежит В. В. Черникову, им же выдвинута гипотеза о точной оценке.

Знание множества значений функционала $I_1: S \rightarrow C$, $I_1(f) = |f'(z)| + i \operatorname{Re} \left(1 + z f''(z) (f'(z))^{-1} \right)$, или функционала $I_2: S \rightarrow C$, $I_2(f) = |f'(z)| + i \operatorname{Re} c_2$ при фиксированном z , могло бы составить заметный шаг в поиске верхней оценки кривизны.

КЛАССЫ СОБОЛЕВА НА УЛЬТРАМЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ С УСЛОВИЕМ УДВОЕНИЯ

¹Ахраменко В. К., ²Губкина Е. В., ¹Прохорович М. А.

¹Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

²Горно-Алтайский государственный университет, Горно-Алтайск

Пусть X – ультраметрическое пространство с ультраметрикой d и мерой μ , которые связаны условием удвоения порядка $\gamma > 0$; $W_\alpha^p(X)$ – обобщенные классы Соболева на X ; $\text{Cap}_{\alpha,p}$ – емкость, порожденная этими классами (определения и историю результатов см. в [1], где и был кратко изложен наш основной результат).

Теорема. Пусть $1 < p < \gamma/\alpha$, $0 < \beta < \alpha$, $1/q = 1/p - \alpha/\gamma$ и задана функция $f \in W_\alpha^p(X)$. Тогда существуют множества $A \subset X$ и $B \subset X$ такие, что $\text{Cap}_{\alpha,p}(A) = 0$ и $\text{Cap}_{\alpha-\beta,p}(B) = 0$, причем:

1) для любого $x \in X \setminus A$ существует предел

$$\lim_{r \rightarrow +0} \frac{1}{\mu(B(x,r))} \int_{B(x,r)} f d\mu = f^*(x),$$

более того, $\lim_{r \rightarrow +0} \frac{1}{\mu(B(x,r))} \int_{B(x,r)} |f - f^*(x)|^q d\mu = 0$.

2) для любого $x \in X \setminus B$ существует предел

$$\lim_{r \rightarrow +0} r^{-\beta} \left[\frac{1}{\mu(B(x,r))} \int_{B(x,r)} |f - f(x)|^q d\mu \right]^{1/q} = 0.$$

Литература

1. Губкина Е.В., Прохорович М.А., Радыно Е.М. Точки Лебега и скорость сходимости средних Стеклова для классов Соболева на ультраметрических пространствах с условием удвоения. – Доклады НАН Беларуси, 2013. – Т. 57, № 2 – с. 17–19.

NUMBER OF ENERGY-VALUES ON A UNIT BALL FOR THE POTTS MODEL ON A CAYLEY TREE

Botirov G. I.

Bukhara state university, Uzbekistan

In this note we calculate the number of different values on a unit ball of the energy of Potts model with competing interactions, where the spin takes values in the set $\Phi := \{1, 2, \dots, q\}$ on the Cayley tree of order $k \geq 2$. Let $\mathfrak{T}^k = (V, L)$ be a Cayley tree where V is the set of vertices and L the set of edges. Two vertices x and y are called nearest neighbors if there exists an edge $l \in L$ connecting them and we denote $l \ll x, y \gg$.

The Hamiltonian of the Potts model with competing interactions has the form

$$H(\sigma) = J_1 \sum_{\substack{\langle x, y \rangle \\ x, y \in V}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} + J_2 \sum_{\substack{x, y \in V \\ d(x, y) = 2}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}$$

where $J_1, J_2 \in \mathbb{R}$ and $\delta_{\sigma(x)\sigma(y)}$ is the Kronecker delta.

We suppose that M is the set of unit balls with vertices in V . The restriction of configuration σ on a ball $b \in M$ is called a bounded configuration σ_b .

We define the energy of the configuration σ_b on the ball b as

$$U(\sigma_b) \equiv U(\sigma_b, J) = \frac{1}{2} J_1 \sum_{\substack{\langle x, y \rangle \\ x, y \in b}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} + J_2 \sum_{\substack{x, y \in b \\ d(x, y) = 2}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}$$

Theorem. *The number of different values of $U(\sigma_b)$ is equal to kq .*

This value is useful to describe ground states and Gibbs measures of the model [1], [2].

References

1. Botirov G.I. Ground states for Potts model with competing interactions on a Cayley tree // Uzbek Math. Journal. – 2011. – No.4. – Pp. 59–65.
2. Rozikov U.A. Gibbs measures on Cayley trees: results and open problems // Rev. Math. Phys. – 2013. – Vol. 25, No. 1. – 1330001 (112 pages).

О НЕКОТОРЫХ ТОЧНЫХ АППРОКСИМАЦИОННЫХ КОНСТАНТАХ

Верхогурова М. А.

Забайкальский государственный университет, Чита

Аппроксимирующие последовательности, носящие название «тригонометрические операторы Баскакова» имеют вид

$$M_n^{[m](k_1, \dots, k_m)}(f, x) = \frac{2^{m-1} \prod_{j=1}^m \sin^2 \frac{\pi k_j}{n}}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(t+x) \sin^2 \frac{nt}{2} dt}{2 \prod_{j=1}^m \left(\cos t - \cos \frac{2k_j \pi}{n} \right)},$$

где целые параметры m, k_j не зависят от n и удовлетворяют неравенствам $m > 0, 0 < k_1 < k_2 < \dots < k_m$.

Если $f(x)$ принадлежит классу Lip_1 , то (при выполнении определенных условий, о них ниже) имеет место оценка $\|M_n^{[m](k_1, \dots, k_m)}(f, x) - f(x)\| \leq M \cdot A_H^{[m](k_1, \dots, k_m)} \cdot n^{-1} + o(n^{-1})$ (1),

$$A_H^{[m](k_1, \dots, k_m)} = 4\pi^{2m-1} \prod_{j=1}^m k_j^2 \int_0^{\infty} \frac{m(t) \sin^2 t dt}{t^2 \prod_{j=1}^m (\pi^2 k_j^2 - t^2)}, \text{ где } m(t) = \text{sign} \left(\prod_{j=1}^m (r_j - t) \right).$$

Константы $r_j, j = 1, \dots, m, 0 < r_1 < k_1 \pi < r_2 < k_2 \pi < \dots < r_m < k_m \pi$,

являются корнями уравнения $G_{[m](k_1, \dots, k_m)}(r) = \frac{1}{2}$ (2),

$$\text{где } G_{[m](k_1, \dots, k_m)}(r) = \pi^{2m-1} \prod_{j=1}^m k_j^2 \int_0^r \frac{\sin^2 t dt}{t^2 \prod_{j=1}^m (\pi^2 k_j^2 - t^2)}.$$

Понятно, что оценку (1) можно применять, если выполнено условие (2). Выпонение этих условий доказано при $m=1,2,3$ и в некоторых частных случаях при $m=4,5$. Основной результат данного сообщения заключается в следующем: Для любых натуральных k_1, k_2, k_3 существует N_0 , такое, что при $k_4 > N_0$ условие (2) выполнено.

ОТОБРАЖЕНИЕ НА ОБЛАСТЬ С СИММЕТРИЕЙ ВРАЩЕНИЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ

Колесников И. А.

Томский государственный университет, Томск

Пусть Δ – $2n$ -угольник, $n \in \mathbf{N}$, $n \neq 1$, с n -кратной симметрией вращения относительно точки $w = 0$ и симметрией относительно прямой $w = u + iu \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$, $u \in \mathbf{R}$. Граница $2n$ -угольника Δ состоит из дуг окружностей. Получен следующий результат.

Теорема. Функция $w(\xi)$ голоморфно, однолистно отображающая единичный круг $E = \{\xi \in \mathbf{C} : |\xi| < 1\}$ на заданный $2n$ -угольник Δ ,

определяется равенством $w(z) = \frac{aw_0(z) + b}{cw_0(z) + d}$, где

$$w_0(z) = z^{\frac{1}{n}} \frac{\int_0^1 t^\tau (1-t)^{-\tau-1-\frac{1}{n}} \left(1-\frac{t}{z}\right)^\lambda dt}{\int_0^1 t^{\tau+\frac{1}{n}} (1-t)^{-\tau-1} \left(1-\frac{t}{z}\right)^{\lambda-\frac{1}{n}} dt}, \quad z = z(\xi) = \frac{1}{4} (2 - \xi^n - \xi^{-n}),$$

$$\tau = -\frac{1+n(1-\varphi+\psi)}{2n}, \quad \lambda = \frac{1-n(1-\varphi-\psi)}{2n}, \quad a, b, c, d - \text{некоторые константы,}$$

$2\varphi\pi$, $2\psi\pi$ – углы при смежных вершинах.

Литература

1. Александров И. А. Теория функций комплексного переменного. – Томск: Томский государственный университет, 2002. – 510 с.

2. Бейтмен Г. Высшие трансцендентные функции. – Т. 1: Гипергеометрическая функция, функции Лежандра. – М.: Наука. Физматлит, 1965. – 296 с.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КУБИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Несмеев Ю. А.

Магнитогорский государственный технический университет
им. Г.И. Носова, Магнитогорск

Целью исследования была разработка более простого численного способа решения (по сравнению с известным способом) уравнения

$$x^3+k_1x^2+k_2x+k_3=0. (1)$$

Задачей исследования являлось изложение способа в виде алгоритма.

Шаги алгоритма приведены далее для случая $k_3 \neq 0$.

1. Вычисление значений величин b_3 , c_0 , n_b , n_c по формулам

$$b_3 = \max\{1, |-2k_1|, |k_1^2 + k_2|\},$$
$$c_0 = \max\{|-2k_1|, |k_1^2 + k_2|, |-k_1k_2 + k_3|\},$$
$$n_b = |-k_1k_2 + k_3| / (b_3 + |-k_1k_2 + k_3|), n_c = 1 + c_0.$$

2. Поиск промежутка по выведенной табл. в случаях: 1) $k_3 < 0$, $k_1 \geq 0$; 2) $k_3 < 0$, $k_1 < 0$, $q(k_1) * q(-n_b) < 0$; 3) $k_3 < 0$, $k_1 < 0$, $q(n_b) * q(n_c) < 0$; 4) $k_3 > 0$, $k_1 \leq 0$; 5) $k_3 > 0$, $k_1 > 0$, $q(-n_c) * q(-n_b) < 0$; 6) $k_3 > 0$, $k_1 > 0$, $q(n_b) * q(k_1) < 0$. Притом

$$q(t) = t^3 - 2k_1t^2 + (k_1^2 + k_2)t - k_1k_2 + k_3.$$

3. Получение корня t^* многочлена $q(t)$ дихотомией промежутка.

4. Вычисление корня x_1 уравнения (1) по формуле

$$x_1 = t^* - k_1.$$

5. Вычисление значений величин a^* и b^* по формулам

$$a^* = t^*, b^* = a^*(a^* - k_1) + k_2.$$

6. Вычисление корней уравнения

$$x^2 + a^*x + b^* = 0$$

и идентификация их как корней x_2 и x_3 уравнения (1).

Алгоритм использован автором для программирования под управлением *MS DOS* и под управлением *WINDOWS*.

ОБ ОБЛАСТИ ЗНАЧЕНИЙ ОДНОГО ФУНКЦИОНАЛА

Пчелинцев В. А.

Томский государственный университет, Томск

Рассматривается задача о нахождении области D значений функционала

$$\Psi(f, F) = \ln \frac{f'(z_0)}{F'(\zeta_0)}$$

при фиксированных $z_0, |z_0| < 1$ и $\zeta_0, |\zeta_0| > 1$, на классе пар функций $\mathfrak{M}' = \{(f(z), F(\zeta)) : f(z) \in S, F(\zeta) \in \Sigma_0\}$.

С помощью вариационных формул Шиффера-Голузина [1] установлено, что граничная пара $(f(z), F(\zeta)) \in \mathfrak{M}'$ функционала $\Psi(f, F)$, вносящая неособую граничную точку в D , удовлетворяет системе функционально-дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} e^{-i\alpha} \frac{f(r)(f(r) - 2f(z)) \left(\frac{zf'(z)}{f(z)} \right)^2}{(f(z) - f(r))^2} = \frac{P(z)}{(z-r)^2 (z-r^{-1})^2}, \\ e^{-i\alpha} \frac{F^2(\zeta)}{(F(\zeta) - F(\rho))^2} \left(\frac{\zeta F'(\zeta)}{F(\zeta)} \right)^2 = \frac{Q(\zeta)}{(\zeta - \rho)^2 (\zeta - \rho^{-1})^2}, \end{cases}$$

где $\alpha = \alpha(f, F)$, $0 \leq \alpha < 2\pi$, $r = |z_0|$, $\rho = |\zeta_0|$,

$$P(z) = Az^4 + Bz^3 + (C + \bar{C})z^2 + \bar{B}z + \bar{A},$$

$$Q(\zeta) = A^* \zeta^4 + B^* \zeta^3 + (C^* + \bar{C}^*) \zeta^2 + \bar{B}^* \zeta + \bar{A}^*,$$

A, B, C, A^*, B^*, C^* – комплексные числа. Проинтегрировав полученную систему уравнений по определенным путям, находим уравнение границы области D значений функционала $\Psi(f, F)$ [2].

Литература

1. Александров И.А. Методы геометрической теории аналитических функций. – Томск: Том. гос. ун-т, 2001.
2. Пчелинцев В.А. Об одном функционале на классе пар функций // Вестник Томск. гос. ун-та. Матем. и мех. – 2013. – № 2(22). – С. 44–56.

СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ЛЁВНЕРА С НАЧАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ НА ГРАНИЦЕ

Садритдинова Г. Д.

Томский государственный архитектурно-строительный университет,
Томск

Исследуются решения уравнения Лёвнера

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = -\zeta \frac{\mu(\tau) + \zeta}{\mu(\tau) - \zeta}, \quad \mu(\tau) = e^{i\alpha(\tau)}, \quad 0 \leq \tau < \infty,$$

где функция $\alpha(\tau)$ непрерывна на $[0, \infty]$, с начальным условием $\zeta(z, 0) = z, |z| = 1$.

Известно, что для любого фиксированного $\tau = t$ существуют лишь два гладких решения $\zeta_1(\tau)$ и $\zeta_2(\tau)$, для которых $|\zeta_1(\tau)| = |\zeta_2(\tau)| = 1$ при $\tau < t$ и $\zeta_1(t) = \zeta_2(t) = \mu(t)$.

В работе изучается поведение этих решений при $\tau > t$. Найдены условия, при которых решения будут иметь модуль меньше либо больше единицы.

Литература

1. Александров И.А. Параметрические продолжения в теории однолистных функций. – Москва: Наука, 1976. – 344 с.
2. Труды П.П. Куфарева. К 100-летию со дня рождения / под общ. ред. И.А. Александрова. – Томск: Изд-во НТЛ, 2009. – С. 64-74.

ТОЧКИ ПЛОТНОСТИ МЕРЫ ЛЕБЕГА

Сибиряков Г. В.

Томский государственный университет, Томск

Плотность измеримого по Лебегу множества $A \subset R^n$ в точке $x \in R^n$ определяется равенством $\alpha_A(x) = \lim_{\delta \rightarrow +0} \frac{\lambda(A \cap V(x, \delta))}{\lambda V(x, \delta)}$ где λ – мера Лебега и $V(x, \delta)$ – шар радиуса δ с центром x . Известно, что функция α_A почти всюду на R^n равна 0 или 1. Но конкретных примеров в литературе мало. Приведем 6 примеров на эту тему.

Пример 1. Пусть $A \subset R^2$ подграфик дифференцируемой функции $f: R \rightarrow (0, +\infty)$ Тогда $\alpha_A(x) = 1/2$ для всех $x \in \text{fr}A$.

Пример 2. Пусть $B = \{(x, y) \in R^2 | x \neq 0, y \leq \cos(1/x)\}$. Тогда $\alpha_B(0, 1) = 0$, $\alpha_B(0, y) = 1/2$ при $|y| < 1$ и $\alpha_B(0, 1) = 1$ при $y < -1$.

Пример 3. Если $0 < \beta < 1$ и $C = [\beta, 1) \cup [\beta^3, \beta^2) \cup [\beta^5, \beta^4) \dots \subset R$ то функция α_C не определена в точке $x = 0$.

Пример 4. Если $D = R \times C \subset R^2$ то функция α_D не определена в точках оси абсцисс $\{0\} \times R$.

Пример 5. Если $0 < \beta < 1$ и $E = \bigcup_{k \in N} (B(0, \beta^{2k-1}) \setminus B(0, \beta^{2k})) \subset R^n$, то функция α_E не определена в точке $0 = (0, \dots, 0) \in R^n$.

Пример 6. Пусть множество $A \subset R$ измеримо, $\lambda(A \cap (-\delta, \delta)) > 0$ для каждого $\delta > 0$ и $0 \in A$. Для каждого $\alpha \in (0, 1]$ существует компакт $K \subset A$ такой, что $\lim_{\delta \rightarrow +0} \frac{\lambda(K \cap (-\delta, \delta))}{\lambda(A \cap (-\delta, \delta))} = \alpha$.

Литература

1. Saks S. Theorie de sintegrale. Warszawa, 1933.
2. Богачев В.И. Основы теории меры. Т.1. – Москва-Ижевск, 2003.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПРОДВИЖЕНИИ КОНТУРА НЕФТЕНОСНОСТИ МЕТОДОМ КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

Соболев В. В.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Рассматривается следующая задача теории плоских неустановившихся течений жидкости. Несжимаемая жидкость (нефть) заполняет меняющуюся со временем τ однолиственную область $D(\tau)$, в которой имеется источник переменной отрицательной мощности $q(\tau)$ в точке z_0 (сток). Считаем область $D(0)$, занятую нефтью в начальный момент время $\tau = 0$, внутренностью произвольной ограниченной жордановой кусочно-гладкой кривой $\Gamma(0)$ без точек возврата.

Введём вместо τ новый аргумент $t = -(2\pi)^{-1} \int_0^\tau q(\tau) d\tau$. Пусть $z = f(w, t)$ – функция, конформно отображающая круг $E = \{w: |w| < 1\}$ на область $D(\tau(t))$, $f(0, t) = z_0$, $f'_w(0, t) > 0$. Как показано в [1], задача отыскания неизвестного контура $\Gamma(\phi) = \partial D(\phi)$ сводится к определению при соответствующем значении $t > 0$ функции $f(w, t)$, удовлетворяющей граничному условию

$$\omega^{-1} f'_t(\omega, t) \bar{f}'_w(\omega^{-1}, t) + \omega \bar{f}'_t(\omega^{-1}, t) f'_w(\omega, t) = -2, \quad \omega = e^{i\theta}. \quad (1)$$

Пусть при $t=0$ функция $z = f(w, 0) = f_0(w)$ известна и $f_0(w) = z_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k^0 w^k$, $c_1^0 > 0$, – её разложение Тейлора в круге E с известными коэффициентами c_k^0 . Разыскивая решение задачи в виде $f(w, t) = f_0(w) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_m^{(n)} t^n w^m$, получаем из (1) для определения $c_m^{(n)}$ рекуррентные соотношения, позволяющий получить решение задачи для некоторого интервала значений t , $|t| < T_0$, пока функция $f(w, t)$ однолиственна. Для построения отображения $g_0: D(0) \rightarrow E$ предлагается итерационный метод пошаговой минимизации длины образа контура $\Gamma(0)$, основанный на полиномиальных отображениях. Коэффициенты ряда для обратной к $w = g_0(z)$ функции $z = f_0(w)$ находятся из уравнения Шварца–Кристоффеля.

Литература

1. Полубаринова–Кочина П.Я. О неустановившихся движениях в теории фильтрации // ПММ. – 1945. – Т. 9. – Вып. 1. – С. 79–90.

О ПРОДОЛЖЕНИИ T_μ – ОТОБРАЖЕНИЙ

Соколов Б. В.

Томский государственный университет, Томск

Пусть D – область в пространстве $R^n, n \geq 2$. Для множеств $E, F \subset D$ через $M(\Delta(E, F; D))$ обозначим n -модуль семейства замкнутых кривых $\Delta(E, F; D)$, соединяющих E и F в D (см. [1]).

Для областей $D \subset R^n$, квазиконформно гладких на границе, доказывается теорема о том, что условие $M(\Delta(E, F; D)) = \infty$ для связанных множеств $E, F \subset D$ равносильно некоторым естественным отношениям близости между множествами в области D . На основе этого результата доказывается при каких условиях T_μ – отображение $f: D \rightarrow D'$ можно продолжить до непрерывного или гомеоморфного отображения $\bar{f}: \bar{D} \rightarrow \bar{D}'$ и устанавливается характеристическое свойство T_μ – отображений.

Отметим, что в плоском случае класс T_μ – отображений представляет собой наиболее широкий класс гомеоморфизмов односвязных областей, для отображений которого соответствие границ осуществляется по простым концам Каратеодори (см. [2], [3]). При $n \geq 3$ ситуация существенно меняется: не всякое квазиконформное отображение является T_μ – отображением, но в то же время доказывается, что класс T_μ включает в себя квазиконформные отображения областей квазиконформно гладких на границе. Для областей, квазиконформно эквивалентных шару, этот результат получен в [4].

Литература

1. Сычев А.В. Модули и пространственные квазиконформные отображения. – Новосибирск: Наука, 1983.
2. Зорич В.А. О взаимосвязи теории Кёбе и теории Каратеодори // Матем. заметки. – 1971. – Т. 10, № 4. – С. 399–406.
3. Зорич В.А. Класс Каратеодори и пространственный аналог теоремы Кёбе // Теория отображений, ее обобщения и приложения // Киев: Наукова думка, 1982. – С.92–101.
4. Зорич В.А. Граничные свойства одного класса отображений в пространстве // ДАН СССР. – 1963. – Т.153, №1. – С.23–26.

ОБ ОДНОМ ЧАСТНОМ СЛУЧАЕ УРАВНЕНИЯ ЛЁВНЕРА-КУФАРЕВА С ПЕРЕМЕННОЙ УПРАВЛЯЮЩЕЙ ФУНКЦИЕЙ

Сорокин А. С.

Кузбасский государственный технический университет
им. Т.Ф. Горбачева, Новокузнецк

Рассмотрим уравнение

$$\zeta' = \frac{\zeta}{(\zeta - \mu(\tau))} \left[(\zeta + \mu(\tau)) \left(1 + \frac{2\mu'(\tau)}{z + \mu(0)} \right) - 2\mu'(\tau) \right] \quad (1)$$

с начальным условием $\zeta(0) = z$. $\mu(\tau)$, $\mu'(\tau)$ – управляющая функция и её производная.

Теорема. Функция $\zeta = \frac{1}{B} (1 - \sqrt{1 - B\mu(\tau)})^2$, $B = \frac{4z}{(z + \mu(0))^2} e^{-\tau_1}$,

$\tau_1 = \tau + \frac{2(\mu(\tau) - \mu(0))}{z + \mu(0)}$, является решением (1). Она отображает единичный круг плоскости z на единичный круг с криволинейным разрезом от точки $\zeta_0 = \mu(\tau)$, до точки

$$\zeta_\kappa = \mu(0) e^{\tau_2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu(\tau)}{\mu(0)} e^{-\tau_2}} \right)^2, \quad \tau_2 = \tau - 1 + \frac{\mu(\tau)}{\mu(0)}.$$

Разрезу на окружности $|z| = 1$ соответствует дуга с концами в точках z_1 и z_2 , содержащей точку $z_\kappa = \mu(0)$, z_1 и z_2 являются решениями

$$z = \left(\sqrt{\mu(\tau) e^{-t}} \pm \sqrt{\mu(\tau) e^{-t} - \mu(0)} \right)^2, \quad \text{где}$$

$$t = \tau + \frac{2(\mu(\tau) - \mu(0))}{z + \mu(0)}.$$

Следствие. Если в формуле (1) устремить $\mu'(\tau) \rightarrow 0$, то получаем уравнение Лёвнера [1, 2].

Литература

1. Александров И.А. Методы геометрической теории аналитических функций. – Томск: Томский государственный университет, 2001. – 211 с.
2. Сорокин А.С. Краевые задачи в многосвязных круговых областях. – Новокузнецк: КузГПА, 2004. – 274 с.

ДРОБНОЕ УРАВНЕНИЕ МАЛЬТУСА В РАМКАХ d -АНАЛИЗА

Чуриков В. А.

Томский политехнический университет, Томск

Дробное уравнение Мальтуса описывает развитие популяции в пространстве с фрактальной размерностью [1]

$$N^{(\alpha)}(t) = \tau\mu N(t).$$

Здесь переменная N соответствует числу особей популяции, t – время, $N, t \in R$; $N, t \geq 0$; $N^{(\alpha)}(t)$ – производная дробного порядка α по t , $\alpha \in R$, $\alpha \neq 1, 2, 3, \dots$, $\alpha > 0$, α определяется фрактальной размерностью, в котором происходит рассматриваемый процесс; μ – коэффициент прироста; ϕ – топологический коэффициент фрактального пространства [2], $0 \leq \tau \leq 1$, определение которого может оказаться сложной задачей.

Если $N^{(\alpha)}(t)$ понимать как дробную производную в d -анализе [3], то общее решение для нецелочисленных порядков будет

$$N(t) = \left[\tau\mu\alpha^{-1}t^\alpha - C_\alpha(N) \right]^{\frac{1}{\alpha-1}}.$$

Здесь $C_\alpha(N)$ – полином интегрирования порядка α [3].

Частное решение для начальных условий $t = t_0 = \text{const} \geq 0$; $N(t_0) = N_0 = \text{const} \geq 0$, будет

$$N(t) = \left[\tau\mu\alpha^{-1}(t^\alpha - t_0^\alpha) + N_0^{\alpha-1} \right]^{\frac{1}{\alpha-1}}.$$

Если показатель степени $(\alpha - 1)^{-1} \geq 1$, то такую зависимость назовём *степенной дробной зависимостью*, а если $(\alpha - 1)^{-1} < 1$, то зависимость $N(t)$ назовём *гиперболической дробной зависимостью*.

Литература

1. Васильев В.В., Симак Л.А. Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем. – Киев: НАН Украины. 2008. - 256 с.
2. Чуриков В.А. Замечания по поводу дробной размерности при описании процессов во фракталах // Сборник материалов VII всероссийской молодежной научно-инновационной школы «Математика и математическое моделирование», г. Саров, СарФТИ НИЯУ МИФИ, 16 – 19 апреля 2013. – Саров: СарФТИ НИЯУ МИФИ, – 2013, – С. 59.
3. Чуриков В.А. Локальный d -оператор дифференцирования и интегрирования конечных вещественных порядков для дробного анализа // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318, № 2. – С. 5–10.

СЕКЦИЯ
“ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ”

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССОВ САМООЧИЩЕНИЯ ЗАГРЯЗНЁННОГО
УЧАСТКА РЕКИ С ПОМОЩЬЮ МОДИФИКАЦИИ
МОДЕЛЕЙ ГЕРБЕРТА И СТРИТЕРА-ФЕЛПСА

Абеляшев Д. Г.

Томский государственный университет, Томск

Проводится численное исследование модификации моделей Герберта [1, 2]:

$$\begin{cases} \frac{dL}{dt} = -\frac{1}{Y} \mu(L) X, \\ \frac{dX}{dt} = \mu(L) X - b X \end{cases}$$

и Стритера-Фелпса [3]:

$$\begin{cases} \frac{dL}{dt} = -K_1 L, \\ \frac{dD}{dt} = K_1 L + K_2 \cdot (D_s - D), \\ L(0) = L_0, \\ D(0) = D_s, \end{cases}$$

переменными которой служат концентрация органического вещества L (в единицах БПК) и концентрации микроорганизмов X и кислорода D .

Результаты численных расчётов оформлены в виде графиков в различные моменты времени. Представлен анализ полученных результатов.

Литература

1. Иерусалимский Н.Д. Основы физиологии микробов. - М.: Изд. АН СССР, 1963. - 242 с.
2. Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С. Математическое моделирование в биофизике. - М.: Ижевск, 2004. - 471 с.
3. Вавилин В. А. Нелинейные модели биологической очистки и процессов самоочищения в реках / В. А. Вавилин. - М.: Наука, 1981. - 160 с.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПУАССОНОВСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ

Аверина Т. А.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

В работе рассматриваются два варианта описания с помощью стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) математических моделей сложных технических и экономических систем, учитывающих воздействие шума: с использованием неоднородной пуассоновской меры [1], либо - обобщенного процесса Пуассона [2].

Для численного решения рассматриваемых стохастических систем предложены алгоритмы статистического моделирования, использующие численные методы решения СДУ [3] и алгоритмы моделирования пуассоновского поля [4]. Эффективность алгоритмов демонстрируются на решении тестовых задач, а также прикладных задач радиотехники [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 11-01-00282, № 12-01-00490).

Литература

1. Ватанабэ С., Икеда Н. Стохастические дифференциальные уравнения и диффузионные процессы. - М.: Наука. 1986. – 445 с.
2. Пугачев В.С., Сеницын И.Н. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. - М.: Наука. 1990. – 642 с.
3. Artemiev S.S., Averina T.A. Numerical Analysis of Systems of Ordinary and Stochastic Differential Equations. Utrecht: VSP. 1997. – 176 с.
4. Аверина Т.А. Новые алгоритмы статистического моделирования неоднородных пуассоновских ансамблей. Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2010. Т. 50, № 1. С. 16-23.
5. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М: Радио и связь. 1982. – 624 с.

РЕШЕНИЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ, МОДЕЛИРУЮЩЕГО ДВИЖЕНИЕ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА В ЗОНЕ ЛЕСНОГО ПОЖАРА, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДЫ MATLAB

Астафьев С. А.

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

Цель работы – решение интегро-дифференциального уравнения теплопереноса, предложенного А. М. Гришиным в качестве математической модели стационарных двумерных квазиравновесных течений, моделирующих распространение лесного пожара [1]:

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + (v_w - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dy) \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \cdot (\mu \cdot \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial y}) - \frac{\sin(\alpha)}{Fr} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \int_0^y \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \ln P}{\partial x} \cdot dy$$

где u – скорость теплового потока (СТП); x, y – координаты; v_w – скорость вдува; $m=18,27 \cdot 10^{-6}$ (Па·с) – динамическая вязкость воздуха; $\rho=1,2$ (кг/м³) – плотность воздуха; Fr – критерий Фруда; α – угол касательной к поверхности; P (Па) – давление.

В качестве исходных данных *условно* были заданы: давление среды; начальное условие – экспоненциальное увеличение СТП в зависимости от высоты; нижнее граничное условие – нулевое значение СТП; верхнее граничное условие – экспоненциальное уменьшение СТП с увеличением расстояния от фронта пожара.

Решение параболического ДУ в частных производных произведено в пакете MATLAB с использованием функции *pdepe*. $sol=pdepe(m, @tepflofun, @teplinit, @teplbound, y, x)$, где $u=sol(:, :, 1)$ – искомая скорость ТП; $m=0$ – параметр для параболического ДУ; *tepflofun* – функция компонентов решаемого ДУ; *teplinit* – функция начальных условий; *teplbound* – функция граничных условий.

В результате были рассчитаны значения СТП в зависимости от координат $u(x, y)$ и частные производные СТП. Затем были вычислены напряжения трения теплового потока (НТП) на обтекаемой поверхности и на внешней границе пограничного слоя. С увеличением расстояния от фронта пожара НТП уменьшается, и при равенстве его нулю происходит отрыв ТП, что означает смену типов течения.

Произведено решение ИДУ теплопереноса с условными значениями начальных и граничных условий, удалось добиться устойчивого решения, ход вычислений имеет графическую визуализацию.

Литература

1. Гришин А. М. Математические модели лесных пожаров. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1981. – 277 с.

ИНФОРМАЦИОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ТРЕХСЛОЙНОЙ АРХИТЕКТУРЫ ДЛЯ КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА КАЧЕСТВА ВОЗДУХА В ГОРОДАХ

Барт А. А., Старченко А. В., Фазлиев А. З.

Томский государственный университет, Томск

Проблема загрязнения атмосферного воздуха урбанизированных территорий является одной из актуальных проблем экологии. Основной вклад в загрязнение атмосферного воздуха вносит автотранспорт, крупные промышленные объекты, а также природные источники. В настоящее время преобладающим методом контроля химического состава воздуха является мониторинг газового состава атмосферного воздуха. За последнее десятилетие математическое моделирование атмосферных процессов стимулировалось сбором и обработкой данных об источниках антропогенной и природной эмиссии, увеличением вычислительных мощностей, появлением новых эффективные численных методов. Это создало предпосылки для создания информационных систем для вычислений региональных прогнозов качества воздуха.

В работе представлена информационно-вычислительная система (ИВС), предназначенная для предоставления краткосрочного прогноза качества воздуха над урбанизированной территорией. В основу системы положены математические модели атмосферного пограничного слоя, переноса примеси и кинетики примесей в газовой фазе. Входные и выходные данные и связанные с ними вычислительные приложения образуют в трехслойной архитектуре информационной системы слой данных и приложений. Для формирования информационного слоя и слоя знаний используется язык OWL. Систематизация результатов прогноза осуществляется в слое знаний, а семантический поиск – на стороне пользователя с помощью Protege.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 (соглашение № 14.В37.21.0667), РФФИ (12-01-00433а), по заданию Министерства образования и науки РФ № 8.4859.2011.

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО В АТМОСФЕРНО-ОПТИЧЕСКИХ И АКУСТИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Белов В. В., Тарасенков М. В., Шаманаева Л. Г., Буркатовская Ю. Б.
Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН, Томск
Томский государственный университет, Томск
Томский политехнический университет, Томск

В докладе обсуждаются вопросы, связанные применением метода Монте-Карло (или метода статистических испытаний) для решения фундаментальных и прикладных задач атмосферной оптики и акустики, выполняемых в Институте оптики атмосферы им. В.Е. Зуева Сибирского отделения РАН. Рассмотрены (в том числе, на основе работ [1–4]) наиболее значимые результаты, полученные при исследовании закономерностей формирования изображений объектов расположенных на земной поверхности в атмосфере и вне ее при наблюдении из космоса или земной поверхности, при анализе возможностей активно-импульсных систем видения в сложных метеорологических условиях, при создании средств атмосферной коррекции спутникового пассивного зондирования земной поверхности, при исследовании атмосферно-оптических бистатических каналов связи, при оценке энергетических характеристик акустического излучения, распространяющегося в турбулентной атмосфере. Оценивается эффективность параллельных и последовательных схем моделирования численных экспериментов, выполненных на кластере ТГУ СКИФ CYBERIA.

Литература

1. Matvienko G.G., Afonin S.V. and Belov V.V. Early Detection of Forest Fires from Space // Hauppauge, New York: Nova Science Publishers, ISBN: 978-1-61324-509-5, 2011. 76 pp.
2. Белов В.В., Тарасенков М.В. Импульсная передаточная характеристика атмосферного оптического канала связи вне прямой видимости // Изв. ВУЗов. Физика. 2012. Т 55. № 9/2. С. 150-151
3. Белов В.В., Буркатовская Ю.Б., Красненко Н.П., Шаманаева Л.Г. Метод Монте-Карло в атмосферной акустике // Оптика атмосферы и океана. 2011. Т. 24. № 12. С. 1072–1077.
4. Кожевникова А.В., Тарасенков М.В., Белов В.В. Параллельные вычисления при решении задач восстановления коэффициента отражения земной поверхности по спутниковым данным // Оптика атмосферы и океана. Т. 26, 2013, № 02, стр.172-174

ЭФФЕКТИВНЫЕ ЯВНЫЕ МЕТОДЫ решения систем уравнений химической кинетики

Болкисев А. А.

Институт механики УрО РАН, Ижевск

Явные методы, основанные на приближениях квазистационарного состояния (QSS) и частичного равновесия (PE), разработанные в [1] сейчас успешно применены к астрофизическим задачам [2]. Но при расчёте по ним нарушаются стехиометрические соотношения и закон сохранения массы. Нами предложены новые схемы расчёта (с-QSS и с-PE), не имеющие этой проблемы и позволяющие увеличить шаг по времени на порядок, избежав также искажения решения из-за накопления ошибок. На рисунках: 0 — эталонный неявный метод, 1 — б-QSS [1], 2 — с-QSS, 3 — с-PE.

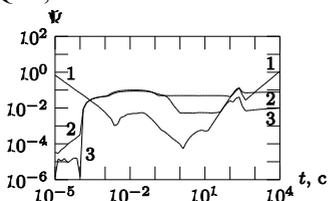


Рис. 1. Отклонение решения от эталонного при расчёте окисления цезия

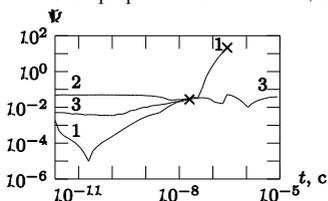


Рис. 3. Отклонение решения от эталонного при расчёте горения водорода

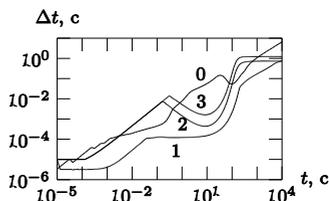


Рис. 2. Шаги по времени при расчёте окисления цезия

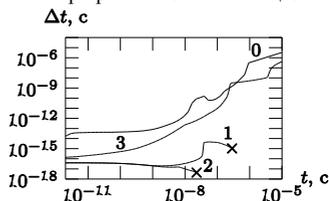


Рис. 4. Шаги по времени при расчёте горения водорода

Литература

1. Mott D. R. New Quasi-Steady State and Partial-Equilibrium Methods for Integrating Chemically Reacting Systems / Ph. D. Diss. The University of Michigan, 1999.
2. Guidry Mike. Algebraic stabilization of explicit numerical integration for extremely stiff reaction networks // Journal of Computational Physics. 2012. Vol. 231. No 16. P. 5266–5288.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА В СФЕРИЧЕСКИХ СЛОЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЫЧИСЛЕНИЙ НА ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОРАХ

Бычин И. В., Гореликов А. В.

Сургутский государственный университет ХМАО-Югры, Сургут

Разработана параллельная программа для численного моделирования 3D задач гидродинамики и теплообмена вязкой несжимаемой жидкости в сферических слоях. Программное обеспечение создано с применением стандарта OpenCL [1] для использования на гетерогенных (CPU+GPU) высокопроизводительных вычислительных системах. При численной реализации использовался метод контрольного объема в сферических координатах. Расчёт поля течения производился по алгоритму PISO [2]. Массивно-параллельная часть исходного кода алгоритма PISO реализована в качестве вычислительных OpenCL-ядер, исполняемых на GPU. Управляющая часть программы, написанная с использованием OpenCL API, организует взаимодействие хост-системы (одного ядра CPU) с OpenCL-устройством (GPU) и выполняет следующие основные функции: инициализация графической карты, создание OpenCL-программы на основе исходного кода вычислительных ядер, создание объектов памяти для организации хранения входных и выходных данных в буферах памяти GPU, исполнение созданных ядер на GPU.

В качестве одного из тестов рассматривалась задача о естественной конвекции во вращающейся сферической оболочке [3], получено хорошее соответствие с результатами работы [3] и шестикратное ускорение при расчете на графической карте (GeForce GTX 560 Ti) по сравнению с однопоточным кодом на Intel Core i5-3570.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-01-12051 офи_м.

Литература

1. OpenCL : сайт. – URL: <http://www.khronos.org/opencv/> (дата обращения 10.05.2013).
2. Issa R.I. Solution on the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // Journal of Computational Physics, 61, 1985, P. 40-65.
3. Christensen U.R., et al. A numerical dynamo benchmark // Physics of the Earth and Planetary Interiors, 128, 2001, 25–34.

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИЙ ТИПА «ХИЩНИК - ЖЕРТВА» С УЧЕТОМ ПОИСКОВОГО ПОВЕДЕНИЯ ХИЩНИКА

Вобликова К. Е.

Томский государственный университет, Томск

Рассматривается способ моделирования, в котором движение хищника носит направленный характер. Вид функциональной зависимости между рационом хищника и обилием жертв играет существенную роль при изучении механизмов жизнедеятельности экосистемы.

В настоящей работе рассматривается одномерная пространственная модель динамики популяций типа «хищник - жертва», в которой плотность популяции жертв много меньше плотности популяции хищников, с трофическими функциями

$$\text{Лотки – Вольтерры [1]} \quad g(N) = aN,$$

$$\text{Холлинга [1]} \quad g(N) = \frac{aN}{1 + ahN},$$

$$\text{Ивлева [1]} \quad g(N) = R(1 - e^{-sN}).$$

По найденным точкам стационарного равновесия показана устойчивость указанной модели относительно положения нетривиального равновесия.

Численная реализация модели осуществляется с помощью явной разностной схемы с соответствующими начальными и граничными условиями. Исследуются вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости.

Результаты расчетов представлены в виде графиков, дается их анализ.

Литература

1. Тютюнов Ю.В., Сапухина Н.Ю., Сенина И.Н., Ардити Р. Явная модель поискового поведения хищника // Журнал общей биологии. 2002г. Т.63. №2. – с. 137 – 148.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА ТВЕРДОГО ТЕЛА ПРИ ЕГО ОБТЕКАНИИ

Гольдин В. Д.

НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета,
Томск

Существенной особенностью многих задач теплообмена тел с обтекающим их потоком газа или жидкости является значительное различие характерных времен: время распространения тепловой волны в твердом теле, как правило, много меньше характерного времени установления параметров течения газа. Это приводит к тому, что для решения задачи обтекания достаточно использовать стационарные уравнения, тогда как в твердой фазе – нестационарные. При этом методы сквозного расчета, иногда используемые для таких задач в вычислительных пакетах, являются избыточно сложными и требуют значительного времени.

В настоящей работе предлагается алгоритм, позволяющий существенно упростить решение таких задач. Задача обтекания рассматривается в приближении пограничного слоя. Метод основан на том, что из решения задачи в газовой фазе тепловой поток на поверхности тела можно представить в одном из видов:

$$q_w(x) = \int_s G(x, s) [T_e(s) - T_w(s)] ds, \quad q_w(x) = \int_s G_1(x, s) [H_e(s) - H_w(s)] ds,$$

где x, s – координаты точек на теле, T_e, H_e – температура и полная энтальпия на внешней границе погранслоя (известные величины), T_w, H_w – температура и полная энтальпия на поверхности тела (неизвестные величины), интегрирование ведется по области, параметры в которой влияют на теплообмен в заданной точке. Так при обтекании пластины интегрирование ведется от её передней кромки, при обтекании затупленного тела – от точки торможения. Функции $G(x, s), G_1(x, s)$ естественно назвать обобщенными коэффициентами теплоотдачи и теплообмена. В простейших задачах для них могут быть получены аналитические выражения. В общем случае их можно определить численно, используя тот или иной вариант метода прогонки для решения уравнения энергии в газовой фазе. В работе предлагается алгоритм численного определения этих функций на основе метода И.В.Петухова.

ОБ ОДНОЙ ЧИСЛЕННОЙ СХЕМЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ПОДГОНКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО РАЗРЯДА В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Горобчук А. Г.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск

При интегрировании уравнений высокочастотного разряда в гидродинамическом приближении с малым параметром при старшей производной возникают сложные вычислительные задачи связанные с образованием пограничных слоев с большими градиентами искомых величин, ведущих к неравномерной сходимости решения. Основным методологическим подходом при построении безусловно монотонных разностных схем является их регуляризация, частным случаем которой является метод экспоненциальной подгонки или интегральных тождеств, использованный в данной работе [1].

Для численного решения уравнений непрерывности для электронов и ионов, а также уравнения электронной энергии, записанных для суммарных потоков, включающих конвекцию и диффузию, используется неявная экспоненциальная разностная схема [2], обобщенная на двумерный случай. В ней предполагается, что потоки частиц, скорости дрейфа и коэффициенты диффузии постоянны между узлами разностной сетки. Интегрирование по выделенному контрольному объему дифференциальных уравнений для потоков частиц дает их конечно-разностные аппроксимации, обеспечивающие устойчивость их расчета при больших градиентах напряжения. В следствии локального выполнения законов сохранения для конечных контрольных объемов решение даже на грубой сетке удовлетворяет точным интегральным соотношениям. Полученная численная схема сохраняет положительные значения концентраций плазменных компонент и электронной энергии.

Литература

1. Дулан Э., Миллер Дж., Шилдерс У. Равномерные численные методы решения задач с пограничным слоем. -М: Мир, 1983.
2. Scharfetter D.L., Gummel H.K. Large-signal analysis of a silicon read diode oscillator // IEEE Transactions on electron devices. 1969. -V.ED-16. -P.64-77.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТА ПОРТЕВЕНА – ЛЕ ШАТЕЛЬЕ, КАК ПРОЯВЛЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Еремин М. О.

Томский государственный университет, Томск

Явлению прерывистой текучести в металлах и их сплавах в настоящее время посвящается все больше исследований, как теоретических, связанных с моделированием эффекта Портевена – ле Шателье [1], так и экспериментальных [2].

Возросший интерес объясняется тем, что с прерывистой текучестью связана неустойчивость деформационных процессов, которая до недавнего времени считалась случайным некоррелированным процессом. Однако исследования показали, что каждая осцилляция средних напряжений на диаграмме сопровождается образованием мезополосы локализованной пластической деформации и этот процесс на ранних стадиях деформации соответствует динамическому хаосу, то есть слабокоррелированному состоянию системы, а затем переходит к самоорганизованной критичности, когда статистически независимые мезомасштабы отсутствуют и процесс скоррелирован в широком диапазоне масштабов. Подобное поведение характерно для нелинейных динамических систем, каковыми являются нагружаемые твердые тела [3].

Характер осцилляций отвечает степенному закону и представляет собой распределение с «тяжелыми хвостами», а временная статистика флуктуаций соответствует «фликкер-шуму».

В настоящей работе показано, что полная система уравнений МДГТ демонстрирует базовые свойства нелинейных динамических систем, обсужденные выше.

Литература

1. Albrecht Bertram et al. // PAMM Proc. Appl. Math. Mech. 6, 2006. – p. 353–354.
2. Дерюгин Е.Е., Панин В.Е. // Физ. мез. Ч. 1, спец. выпуск. – 2004. - с. 101-104.
3. Макаров П.В. // Физ. мез. Т. 11, №3. – 2008. - с. 19-35.

ПОЛУЧЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННОГО АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ КВАЗИСТАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ

Еремин А. В., Кузнецова А. Э.

Самарский государственный технический университет, Самара

Рассмотрим квазистатическую задачу термоупругости для длинного полого цилиндра в случае его плоской деформации, обусловленной плоским осесимметричным температурным полем.

Математическая постановка задачи имеет вид

$$\frac{d^2}{dr^2}U(r) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}U(r) + \frac{U(r)}{r^2} - \alpha \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} \right) \frac{dT(r)}{dr} = 0; \quad (1)$$

$$\left[(1-\nu) \frac{dU(r)}{dr} + \nu \frac{U(r)}{r} - (1+\nu) \alpha T(r) \right]_{r=r_1} = 0, \quad (2)$$

$$\left[(1-\nu) \frac{dU(r)}{dr} + \nu \frac{U(r)}{r} - (1+\nu) \alpha T(r) \right]_{r=r_2} = 0, \quad (3)$$

где $U(r)$ – радиальное перемещение.

При известных перемещениях радиальные и окружные напряжения определяются по известным формулам.

Решение задачи (1)–(3) принимается в виде

$$U(r) = \sum_{i=0}^n B_i r^i, \quad (4)$$

где $B_i (i=0, n)$ – неизвестные коэффициенты.

Потребуем чтобы соотношение (4) удовлетворяло граничным условиям (2), (3) и уравнению (1) в конкретных точках пространственной переменной. В результате получим систему алгебраических уравнений из решения которой могут быть найдены $B_i (i=0, n)$.

Для повышения точности решения необходимо увеличивать число точек области, в которых точно выполняется уравнение (1). На рисунке приведены результаты расчетов радиальных напряжений при удовлетворении уравнения 1 в 3, 5, 10 и 15 точках пространственной координаты.

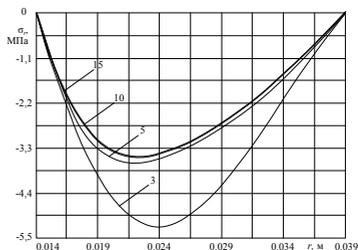


Рис. Изменение радиальных напряжений. Выполнение уравнения (1) в 3, 5, 10, 15 точках области

УСВОЕНИЕ СПУТНИКОВЫХ ДАННЫХ ASCAT С ПОМОЩЬЮ ФИЛЬТРА КАЛМАНА

Ерин С. И., Богословский Н. Н.

Томский государственный университет, Томск

В настоящее время проблема точности прогноза погоды достаточно актуальна. Если точность прогноза в свободной атмосфере достаточно высока, то ошибки прогноза метеовеличин в пограничном слое значительно выше. Ошибки в задании влажности почвы, согласно данным Европейского центра среднесрочных прогнозов погоды [1], оказывает значительное влияние на качество краткосрочного и среднесрочного численного прогноза погоды и даже оказывает влияние на сезонные прогнозы. Передовые прогностические центры используют усвоения спутниковых данных измерений для инициализации почвенных переменных.

Для усвоения спутниковых данных планируется применить расширенный фильтр Калмана. Этот метод активно применяется в европейском центре прогноза погоды для усвоения данных влажности почвы [2]. Фильтр Калмана требует больших вычислительных затрат, но дает более точные результаты по сравнению с методами оптимальной интерполяции. Применение фильтра Калмана так же позволяет при проведении усвоения использовать как спутниковые данные измерений, так и данные измерений температуры и влажности на высоте 2-х метров, проводимых на наземных станциях наблюдений.

В работе рассматривается использование спутниковых данных измерений ASCAT (расшифровка) для инициализации начальных значений почвенных переменных. Проводится сравнение спутниковых данных измерений с прямыми измерениями влажности почвы на наземных станциях.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 12-05-31240) и ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 (Соглашение № 14.В37.21.0667)

Литература

1. Mahfouf J-F. Analysis of soil moisture from near-surface parameters: A feasibility study. *J. Appl. Meteor.*, **30**, 1991 - pp. 1534-1547.

2. A simplified Extended Kalman Filter for the global operational soil moisture analysis at ECMWF : Technical report / P. de Rosnay [and oth.]. – Q. J. R. Meteorol. Soc., 2012. – URL: <http://www.ecmwf.int/publications/library/do/references/show?id=90374>

БЛОЧНЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ РАЗНОСТНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Зверев В. Г.

Томский государственный университет, Томск

НИИ прикладной математики и механики ТГУ, Томск

В развитие вычислительных технологий [1–3] предложен новый блочный итерационный метод решения разностных эллиптических уравнений, возникающих при численной аппроксимации на регулярных сетках двумерных параболических и эллиптических уравнений математической физики.

В его основе используется методология метода переменных направлений. Отличительной особенностью является блочная технология передачи двухточечных связей вдоль сеточных линий [1, 2] и применение переменной компенсации [3] на крайних линиях блока для уменьшения нормы итерируемого выражения. В пределе при охвате блоком всех сеточных линий области метод становится прямым.

Сильная неявность предложенного алгоритма в полной мере отвечает фундаментальной природе эллиптического уравнения, согласно которой любой внутренний узел одновременно (неявно) испытывает влияние всех имеющихся в области узлов, источников и краевых условий. При постоянном по одной из координат диффузионном потоке на гладком приближении метод становится точным.

Применение предложенной вычислительной технологии наиболее эффективно на подробных сетках и по сравнению с традиционными итерационными методами позволяет до трех порядков сократить необходимое число итераций.

Литература

1. Зверев В.Г. Модифицированный полинейный метод решения разностных эллиптических уравнений //Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1998. Т. 38. № 9. С. 1552–1563.
2. Зверев В.Г. Неявный блочный итерационный метод для решения двумерных эллиптических уравнений //Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2000. Т. 40, № 4. С. 590–597.
3. Zverev V.G. About the Iteration Method for Solving Difference Equations //Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer-Verlag, 2005. Vol.3401. P. 621–628.

ПРЯМОЙ МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ЦИКЛОВ ЯЧЕЕК КАРТЫ ПРОСТОГО ПЛАНАРНОГО ГРАФА

Иванов Б. Н.

Дальневосточный федеральный университет, Владивосток

В основе существующих подходов генерации циклов графа с выделенными свойствами, как правило, лежит процедура (явного или неявного) перебора полного перечня циклов на основе DFS-базиса. Полный перебор циклов имеет экспоненциальную сложность. Применяют различные решающие правила, которые позволяют ограничить сложность перебора полиномиальной функцией.

В докладе предлагается оригинальный прямой метод генерации всех циклов ячеек карты простого планарного графа. Исходный граф определяется реберным списком. Каждый цикл ячейки карты графа рассматривается как линейная комбинация циклов DFS-базиса. Предлагаемый подход является конструктивным методом и не обращается к перебору какого-либо множества циклов. Искомые линейные комбинации циклов DFS-базиса строятся явно на основе выделенных свойств структуры вложенности циклов базиса и ячеек карты графа.

Карта планарного графа позволила отойти от общепринятого подхода генерации циклов и внести геометрию карты в структуру алгоритма. Именно геометрия циклов DFS-базиса позволила определить на этом множестве отношение соседства, которое привело к корневому дереву структуры вложенности циклов. Генерация циклов ячеек карты графа является результатом обхода данного корневого дерева. Сложность предложенного алгоритма является кубической относительно числа вершин в графе.

Формализованная часть алгоритма и его структуры данных рассматриваются на уровне, близком к практическому их использованию. Важным приложением рассмотренного алгоритма может служить использование его в задачах локализации данных в границах ячеек карты графа. Так рассматривается практическое решение задачи раскраски территорий государств. Исходные данные — это география поверхности Земли (береговая черта) и границы государств. Линии границ разбивают береговую черту на отрезки, которые дополняют границы государств. Границы государств формируют реберный список графа (исходные данные алгоритма).

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛА СПУТНИКОВОГО ФУРЬЕ-СПЕКТРОМЕТРА СРЕДНЕГО РАЗРЕШЕНИЯ TANSO-FTS

Катаев М. Ю., Лукьянов А. К.

Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники, Томск

Стоящий на спутнике GOSAT Фурье-спектрометр среднего разрешения измеряет отраженное излучение от поверхности Земли в ближней инфракрасной области. Траектория полета настроена так, чтобы за три дня спутник приходил в точку вылета. За это время происходит более 12 тысяч измерений. За год таких измерений набирается более 1.5 млн. Спектрометр имеет три канала (0.7, 1.6 и 2 мкм) с спектральным разрешением 0.1 см⁻¹. В совокупности число спектральных точек в трех каналах составляет около 20 тысяч. Пятно обзора составляет 8x8 км, расстояние между точками 80 км в направлении полета спутника, расстояние между траекториями около 80 км. Для исследования точностных характеристик методов восстановления информации о газовом и аэрозольном составе атмосферы по данным измерений прибором TANSO-FTS, отработки различных методик коррекции спутникового сигнала необходимо проводить моделирование спутниковых сигналов. Задача эта весьма трудоемкая, так как число точек расчета составляет не менее 3¹² (с учетом разбиения атмосферы на 100 слоев). Расчет спутниковых сигналов, с учетом априорной информации о глобальном распределении параметров (газовый состав, температура, давление, аэрозоль, рельеф, типы поверхности и др.) требует больших вычислительных затрат. В связи с этим существует необходимость решать эту задачу с помощью высокопроизводительной многопроцессорной вычислительной системы.

Нами разработан программный комплекс, который для расчета использует различные современные технологии считывания больших объемов информации, параллельные вычислительные алгоритмы. Программный комплекс в настоящее время адаптирован для вычислительного кластера ТУСУР. Проведены массовые расчеты модельных спутниковых сигналов, которые сравнивались с реальными сигналами. Среднее отличие модельных от реальных сигналов составляет примерно 1.5 - 6 %, в зависимости от угла склонения Солнца (10-60 градусов).

АЛГОРИТМЫ ФОРМОСОХРАНЯЮЩЕЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ВЕСОВЫМИ БИГАРМОНИЧЕСКИМИ СПЛАЙНАМИ

Квасов Б. И.

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

Весовые кубические сплайны являются эффективным инструментом интерполяции дискретных данных с сохранением таких их геометрических свойств как монотонность и выпуклость. Весовые кубические сплайны стали известны благодаря работе К. Салкаускаса [1]. Такие сплайны являются естественным обобщением обычных кубических сплайнов. С физической точки зрения они описывают неоднородный упругий стержень, опертый в нескольких точках. Идея состоит в том, что упругие свойства материала считаются постоянными на участках между точками опоры. Это приводит к тому, что C^2 гладкость теряется но взамен мы имеем возможность регулировать скачки второй производной. В течении последующих десятилетий теория весовых сплайнов была существенно развита и теперь известно, что такие сплайны имеют базис из В-сплайнов [2] и являются чебышевскими сплайнами.

В докладе задача построения весовых сплайнов одной и двух переменных будет сформулирована как дифференциальная многоточечная краевая задача (ДМКЗ). В случае поверхностей используется весовое бигармоническое уравнение [3,4]. Для решения ДМКЗ применены конечно-разностный метод и итерационные схемы в дробных шагах с расщеплением по пространственным переменным. Рассмотрено получение точного решения разностной задачи для схемы повышенной точности. Приводятся результаты тестовых расчетов.

Литература

1. Salkauskas, K.: C^1 splines for interpolation of rapidly varying data, Rocky Mountain Journal of Mathematics 14(1), 239--250 (1984)
2. Kim Tae-wan, Kvasov, B.I.: A shape-preserving approximation by weighted cubic splines, J. Comput. Appl. Math. 236, 4383--4397 (2012)
3. Kvasov B.I. Hyperbolic spline interpolation algorithms, Comput. Math. Math. Phys. 51, 722-740 (2011).
4. Kvasov B.I. Parallel mesh methods for tension splines, J. Comput. Appl. Math. 236, 843-859 (2011)

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗОВЫХ ДИАГРАММ ОДНОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ В ПРОГРАММЕ PTOCS

Корчуганова М. Р., Есина З. Н.

Кемеровский государственный университет, Кемерово

Для построения математической модели фазовых диаграмм однокомпонентных систем применяется метод термодинамического подобия [1]. Молярная энтальпия фазового перехода членов гомологических рядов алканов, спиртов, кислот, гликолей и эфиров гликолей может быть представлена как функция числа атомов углерода в молекуле N , молярной массы M , температуры T и универсальной газовой постоянной R : $H = a(N)M / NR [RT] + b(N)(-1)^N + c(N)$, где $a(N)M / NR$ - безразмерный определяющий параметр подобия; $b(N)$, $c(N)$ имеют размерность Дж/моль. Особо следует отметить возможность моделирования энтальпии испарения и плавления при различных температурах и давлениях, что позволяет рассчитать зависимость давления от температуры на всей кривой сосуществования. Кроме того, имеется возможность расчета коэффициентов уравнения Симона для кривой плавления [2] $P/P_0 = (T/T_0)^c - 1$, где в качестве параметров приведения взяты: P_0 - отрицательное давление, к которому стремится кривая плавления при $T \rightarrow 0$; T_0 - точка пересечения кривой плавления с осью абсцисс, обычно принимают $T_0 = T_{mp}$; $c = d \ln (P/P_0) / d \ln (T/T_0)$ - определяющее число подобия. Разработана программа PTOCS (Phase Transitions of One-Component Systems) для расчета фазовых диаграмм органических и неорганических чистых компонентов с целью прогнозирования термодинамических параметров при повышенных и пониженных давлениях. Для расчетов используется база данных PTOCS, в которой хранятся все необходимые входные и выходные параметры чистых компонентов. В данной работе приведены результаты расчетов термодинамических параметров по модели PTOCS для этанола, гексана, гептана и бинарных систем на их основе.

Литература

1. Филиппов Л.П. Прогнозирование термодинамических свойств жидкостей и газов. - М.: Энергоатомиздат, 1988. - 168 с.
2. Есина З.Н. Математическое моделирование фазовых переходов в реальных растворах: Монография. - Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2011. - 228 с.

ЭВОЛЮЦИЯ КВАЗИКЛАССИЧЕСКИ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ ПЛОТНОСТИ ДЛЯ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФИШЕРА- КОЛМОГороВА-ПЕТРОВСКОГО-ПСКУНОВА

Левченко Е. А.

Томский политехнический университет, Томск

Рассмотрено нелокальное уравнения Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова вида

$$u_t = D\Delta u + \langle \nabla, u[V_x(\mathbf{x}, t) + \int_{P^n} W_x(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)u(\mathbf{y}, t)d\mathbf{y}] \rangle + a(\mathbf{x}, t)u - \int_{P^n} b(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)u(\mathbf{y}, t)d\mathbf{y}, \quad (1)$$

где D – коэффициент диффузии; $a(\mathbf{x}, t)$ – функция, отвечающая за рождение бактерий; $b(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ – потенциал, отвечающий за потери в результате борьбы за пищевые ресурсы. Векторы-градиенты $V_x(\mathbf{x}, t)$ и $W_x(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ в уравнении (1) описывают локальные и нелокальные конвективные силы, соответственно.

Для уравнения (1) получена система уравнений, описывающая эволюцию многообразия локализации решения и квазиклассически сосредоточенной плотности на нем. Для полученной системы проведено численное моделирование уравнения, описывающего эволюцию квазиклассически сосредоточенной плотности, локализованной на окружности. Показано согласование результатов, полученных с помощью численного моделирования и аналитического расчета.

Работа выполнена в рамках Государственного задания ВУЗам «Наука», регистрационный № 1.604.2011.

Литература

1. da Cunha J.A.R., Penna A. L.A., Vainstein M.H., Morgado R., Oliveira F.A. Self-organization analysis for a nonlocal convective Fisher equation // Phys. Lett. A. 2009. V. 373. P. 661-667.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛА, ЗАВИСЯЩЕГО ОТ ПАРАМЕТРА, В ЗАДАЧАХ МОЛЕКУЛЯРНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

Лугина Н. Э., Стариков В. И.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Юргинский технологический институт, Томский политехнический университет, Томск

Знание основных характеристик линии поглощения молекул, таких как ее центр, интенсивность и полуширина, является крайне необходимым во многих областях, связанных с молекулярной спектроскопией. Изучение увеличения полуширины линии молекул Γ – ширины линии на половине ее высоты – вследствие столкновения молекул со стенками ячейки – задача вычислительного характера с применением компьютерного моделирования.

Обсуждается способ вычисления функции $f(t, L) = -dF(t, L)/dt$, которая используется при определении распределении интенсивности линии по частоте, t – время, L – расстояние между стенками ячейки. Производная от $F(t, L)$ берется с использованием ряда соотношений [1] для интеграла вероятностей $\Phi(z)$. Можно использовать прием, не требующий таких вычислений. Для этого рассмотрим интеграл, зависящий от параметра и производную от $I(x, \lambda)$ по параметру λ [2]. Для интеграла функция $f(x, \lambda) = 1 / (v_0 \pi^{1/2}) \exp[-(x/v_0)^2]$ не зависит от параметра $\lambda = t$, $x = v$. Перепишем $F(t, L)$ в виде

$$F(t, L) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} L^{-1} \int_0^{2L} dx \int_0^{x/v_0 t} e^{-u^2} du. \quad (1)$$

Здесь $u = v/v_0$, $a(\lambda) = 0$, $b(\lambda) = x/v_0 t$, так что $a'_\lambda(\lambda) = 0$, $b'_\lambda(\lambda) = -x/v_0 t^2$, $\partial f / \partial \lambda = 0$, $f[b(\lambda), \lambda] = \exp[-(x/v_0 t)^2]$, получаем искомое выражение для $f(t)$. Рассмотренный прием является более рациональным, поскольку позволяет избежать многочисленных промежуточных вычислений для функции $f(t, L)$.

Литература

1. Градштейн И.С., Рыжик И.. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.:Физматгиз, 1963. – 1100 с.

2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Физматгиз, 1963. – Т.2. – 807 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФFUЗИОННОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ АУКСИНА

Осипов В. А., Меркулова Н. Н.

Томский государственный университет, Томск

Математическое моделирование процессов эмбриогенеза растений - сравнительно молодое направление, развивающееся с 50-60-х годов прошлого столетия. Слабое развитие этого направления в науке связано с тем, что экспериментальная проверка результатов затруднена [1]. Ключевым регулятором процессов деления и дифференцировки клеток зон роста на ранних этапах эмбриогенеза является изменение концентрации ауксина. Ауксины – гормоны, вырабатываемые в апикальных меристемах побегов.

В данной работе рассматривается диффузионная математическая модель, описывающая изменение концентрации ауксина на ранних стадиях развития растений [1]. Весь процесс описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа. Требуется найти функции $u(x, t), v(x, t) \in C_2^1(G)$, удовлетворяющие начальным и граничным условиям.

Для определения параметров модели находятся стационарные решения для упрощенной модели и исследуются на устойчивость.

Диффузионная модель аппроксимируется схемой 1 (невная схема с прогонкой) и схемой 2 (невная схема с прогонкой и итерациями) [2]. Схемы 1,2 исследуются на аппроксимацию устойчивости, сходимости.

Проводится вычислительный эксперимент на компьютере и сравнительный анализ результатов для упрощенной и диффузионной модели. Динамика поведения ауксина и его ингибитора оформлена в виде графиков, на которых видно как ауксин за счет автокатализа постепенно набирает рост и это приводит к неизбежному увеличению концентрации ингибитора, вследствие этого в системе устанавливается стационарное состояние, где нулевая концентрация ауксина наблюдается на конечном интервале.

В дальнейшем планируется исследование диффузионной модели с применением адаптивных сеток.

Литература

1. Гельфанд Е. В. Математическое моделирование изменений концентраций ауксина на ранних этапах эмбриогенеза растений / Е. В. Гельфанд, О. В. Демин, Е. Э. Данилина // Биофизика. - 1999. - Т. 44, вып. 1. - С. 112-119.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы.- М.: Наука, 1989. - 432 с.

ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ УЧЕТЕ СТРУКТУРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Сенатова О. А., Бочкарева С. А.

Томский государственный университет, Томск

Для расчета эффективных свойств композиционных материалов (КМ) существует большое количество математических моделей. В простейших из них КМ представляется в виде двух или более фаз с четкой разделяющей их границей. В таких моделях не учитывается характер взаимодействия различных фаз в композиции.

Уточнить такую математическую модель можно, если учесть, что между матрицей и включением возникает анизотропная переходная область. Ее называют межфазным слоем (МФС).

По различным оценкам толщина МФС составляет величину порядка 1/10 от радиуса включения, а модуль упругости примерно вдвое больше, чем у матрицы. [1]

В работе рассматривается случай одноосного растяжения плоской пластины с равномерно распределенными включениями и межфазным слоем вокруг них.

Принимаются условия периодичности структуры дисперсно наполненной композиции, что позволяет рассматривать так называемый «представительный объем». [2]

Задача решается при помощи метода конечных элементов (МКЭ). Разбиение расчетной области делается таким образом, чтобы узлы конечно-элементной (КЭ) сетки приходились на границы раздела фаз, используются треугольные симплекс-элементы. Вычислительный алгоритм представляет собой конечно-элементную реализацию вариационного принципа Лагранжа. Система линейных алгебраических уравнений, к которой приводится задача теории упругости при использовании МКЭ, решается методом Гаусса. [2]

Литература

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. М: Машиностроение, 1988.-271 с.
2. Люкшин Б.А. Компьютерное конструирование наполненных полимерных композиционных материалов: монография // Б.А Люкшин, С.В. Панин, С.А. Бочкарева, П.А. Люкшин, Н.Ю. Матолыгина, Ю.В. Осипов; под общ. ред. Б.А. Люкшина. — Томск: Томск.гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007.-216 с.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОБЛЕДЕНЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

Ситников Г. И., Старченко А. В.

Томский государственный университет, Томск

Ежедневно в мире совершается большое количество авиаперелетов: начиная от локальных перелетов и заканчивая межконтинентальными рейсами. Как и любая техника, воздушные суда подвержены поломкам и пр. Существует достаточное количество причин таких инцидентов. Такие как износ ходовых деталей машины, отказ работы электроники и т. д.

Одной из первоочередных причин аварии воздушного транспорта является обледенение внешних частей воздушных судов.

Для борьбы с этой проблемой разработаны как практические, так и теоретические методы: механический способ, физико-химический способ, синоптический метод прогноза обледенения и метод Годске .

На основе синоптического и метода Годске был разработан способ прогнозирования обледенения. Сначала из профилей температуры и облачности находились слои атмосферы, которые удовлетворяют следующим условиям: наличие облачности и большой перепад температуры (для возникновения сильного обледенения наиболее опасным является перепад температур от 0 до -12°C). Затем данные области проверялись по методу Годске. Данный способ предполагает по данным температурного прогноза определять $T_{\text{н.л.}}$ – температуру насыщения надо льдом. $T_{\text{н.л.}} = -8D$, где D – дефицит точки росы на каком-либо уровне. Если температура насыщения надо льдом выше температуры окружающего воздуха, то на данном уровне атмосферы следует ожидать обледенения.

Для получения исходных данных использовалась мезомасштабная метеорологическая модель высокого разрешения ТГУ [1]. Расчеты произведены для области над аэропортом Богашево. Результаты работы визуализированы.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 гг. (соглашение № 14.В37.21.0667).

Литература

1. Старченко А.В., Беликов Д.А. Численная модель для оперативного контроля уровня загрязнения городского воздуха // Оптика атмосферы и океана, 2003, Т.16, №7, с. 657–665.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ И ДЕФОРМИРОВАНИЯ ХРУПКИХ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

Смолин И. Ю., Еремин М. О., Макаров П. В.

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск
Томский государственный университет, Томск

Рассмотрены подходы к компьютерному моделированию структуры порового пространства и последующего деформирования построенных модельных пористых материалов. В качестве примера основное внимание уделяется пористой керамике из диоксида циркония, хотя развитые подходы применимы и к другим пористым природным и искусственным материалам.

Для моделирования структуры в явном виде использованы два вида морфологии: перекрывающихся сферических пор и перекрывающихся сферических тел [1]. Построенные алгоритмы позволяют получать псевдослучайные структуры с заданным значением общей пористости и среднего размера пор.

Численное исследование механического поведения вплоть до разрушения модельных хрупких пористых материалов основано на развиваемом авторами эволюционном подходе к моделированию неоднородных материалов и сред [2]. Определяющие нелинейные соотношения описывают накопление повреждений и их влияние на деградацию прочностных свойств упругого каркаса. Скорость накопления повреждений зависит от вида напряженного состояния, что обеспечивает разную прочность материала в условиях растяжения и сжатия.

В расчетах получено, что усредненная диаграмма нагружения является чувствительной не только к значению пористости, но и к морфологии пористой структуры. Это касается упругих модулей и предел прочности. Вместе с тем, влияния морфологии пор на особенности развития поврежденности в каркасе не отмечено.

Литература

1. Roberts A. Garboczi E. Elastic properties of model porous ceramics // J. Am. Ceram. Soc. – 2000. – Vol. 83. – № 12. – P. 3041 – 3048.
2. Макаров П.В. Математическая теория эволюции нагружаемых твердых тел и сред // Физ. мезомех. – 2008. – Т. 11. – № 3. – С. 19 – 35.

МЕЗОМАСШТАБНАЯ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОГНОЗА ОПАСНЫХ ПОГОДНЫХ ЯВЛЕНИЙ ВБЛИЗИ АЭРОПОРТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СУПЕРКОМПЬЮТЕРА

^{1,2}Старченко А. В., ¹Барт А. А., ¹Богословский Н. Н.,

¹Проханов С. А., ¹Данилкин Е. А.

¹Томский государственный университет, Томск

²ИМКЭС СО РАН, Томск

Представлены результаты численного исследования локальных атмосферных процессов над ограниченной территорией, полученные с помощью разрабатываемой в ТГУ мезомасштабной метеорологической модели высокого разрешения TSU-NM3. Уравнения модели решаются численно с помощью метода конечного объема, явно-неявных монотонных разностных схем на многопроцессорных системах с распределенной памятью. При распараллеливании численного алгоритма использовалась двумерная декомпозиция сеточной области. При расчете характеристик атмосферного пограничного слоя с целью уменьшения неопределенности задания граничных условий использовалась технология вложенных расчетов и результаты оперативного численного прогноза, полученные на основе глобальной модели Гидрометцентра РФ ПЛАВ.

Мезомасштабная модель была применена к исследованию метеорологических процессов над аэропортом г.Томска - Богашево (85,21°E 56,38°N). Рассматривались ситуации, связанные с прохождением грозового фронта и интенсивного выпадения дождевых осадков, сильными морозами и зимними оттепелями. Результаты численного прогноза сравнивались с наблюдениями, получаемыми с помощью установленных ИМКЭС СО РАН в аэропорту температурного профилемера МТР-5, позволяющего проводить измерения температуры до высоты 1000м, и автоматической метеостанции WXT520, фиксирующей приземные значения скорости и направления ветра, температуры, влажности и интенсивности выпадения жидких осадков и града.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 (соглашение № 14.В37.21.0667), РФФИ (12-01-00433а), по заданию Министерства образования и науки РФ № 8.4859.2011.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ СДВИГА ВЕТРА НАД ВЗЛЕТНО-ПОСАДОЧНОЙ ПОЛОСКОЙ АЭРОПОРТА БОГАШЕВО

^{1,2}Старченко А. В., ¹Данилкин Е. А.,

^{1,3}Нутерман Р. Б., ¹Теренььева М. В.

¹Томский государственный университет, Томск

²ИМКЭС СО РАН, Томск

³Институт Нильса Бора университета Копенгагена, Копенгаген, Дания

Для расчета детальной ветровой обстановки в окрестностях аэропорта с учетом влияния строений различной этажности, имеющихся участков растительности и неоднородности подстилающей поверхности разработана микромасштабная метеорологическая модель. Модель опирается на уравнения Рейнольдса и двухпараметрическую «к-ε» модель турбулентности. Численное решение исходной дифференциальной задачи осуществляется на основе метода конечного объема, с использованием противопотоковой схемы MLU Ван Лира и алгоритма SIMPLE.

Микромасштабная модель была применена для анализа распределения приземной скорости ветра и интенсивности турбулентности над аэропортом Томска – Богашево для чего были выбраны две области исследования, построены их цифровые модели, включающие описание расположения зданий, лесных массивов и асфальтированной территории. Одна область исследования предназначена для оценки погрешности измерений приземной скорости ветра аэродромной метеостанцией, вносимых орографическими элементами, вторая – для оценки величины сдвига приземного ветра, обусловленного имеющимся расположением лесной растительности. Полученные с использованием микромасштабной модели результаты указывают, что при западном и северо-западном ветрах погрешность измерений параметров приземного ветра аэродромной метеостанцией может составлять около 10%, а заметный сдвиг ветра на глиссиде ожидается на высотах ниже 75-50 метров при больших значениях скорости основного ветрового потока.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (12-05-31341, 12-01-00433а), ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 (соглашение № 14.В37.21.0667).

О ПОВЕДЕНИИ ОШИБОК В МЕТОДЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Таныгина А. Н.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Пусть X – банахово пространство, A – действующий в нем линейный оператор. Для линейного уравнения

$$x = Ax + b \quad (1)$$

рассматривается метод последовательных приближений

$$x_{n+1} = Ax_n + b \quad (n = 0, 1, \dots)$$

где x_0 – заданное начальное приближение.

Известно [1], что в случае конечномерности пространства X и равномерно распределенной в некотором шаре начальной ошибки $\varepsilon_0 = x_* - x_0$, где x_* – решение уравнения (1), распределение ошибок $\varepsilon_n = x_* - x_n$ ($n = 1, 2, \dots$ при больших n оказывается неравномерным; более точно, при больших n доля максимально возможных ошибок стремится к 100 %.

В работе [2] для произвольного банахова пространства было показано, что при увеличении n ошибки ε_n , вообще говоря, стремятся «лечь» в некоторое маломерное подпространство, порожденное «частью» оператора A , соответствующей периферическому спектру. Оказывается, что соответствующие построения позволяют увидеть и тот факт, что величина этих ошибок при возрастании n становится наибольшей из возможных. В настоящем докладе предполагается обсуждение соответствующих результатов для произвольного банахова пространства в случае, когда на распределение начальной ошибки ε_0 не накладывается никаких ограничений, и, в частности, установление того факта, что асимптотика длин ошибок является максимально возможной для почти всех начальных ошибок.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф12Р-061).

Литература

1. Красносельский М.А., Вайникко Г.М., Забрейко П.П., Рунцкий Я.Б., Стеценко В.Я. Приближенное решение операторных уравнений. – М.: Наука, 1969. – 456 с.
2. Godunov B.A., Zabrejko P.P. Geometric characteristics for convergence and asymptotics of successive approximations of equations with smooth operators // Studia Mathematica. – 1995. – Vol. 116, N 3. – P. 225–238.

ОБ ОДНОЙ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ВЛАГООБМЕНА

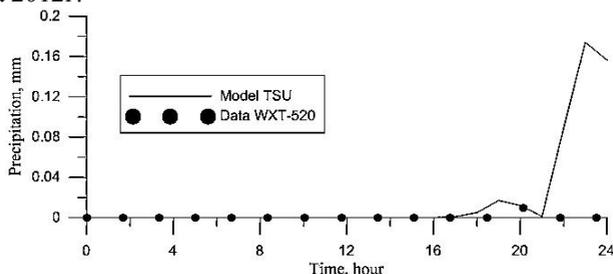
Терентьева М. В., Старченко А. В.

Томский государственный университет, Томск

Под параметризацией внутриоблачных физических процессов понимается описание процессов масштабов облачной частицы и процессов, охватывающих области коллективного взаимодействия облачных частиц, через переменные процессов синоптического масштаба с целью определения суммарного действия процессов микро- и макромасштабов в образовании и развитии облаков и связанных с ними явлений погоды.

Примером является модель «теплого дождя», предложенная Кесслером, которая включает объемные параметризации для перехода водяного пара в облачную влагу и обратно, аккрецию, автоконверсию, испарения дождевой влаги, а также выражение для скорости осаждения дождевых капель.

На основе данной модели создан и внедрен в метеорологическую модель, разрабатываемую в Томском государственном университете, вычислительный блок, отвечающий за микрофизику влаги. В качестве начальных и граничных условий для модели использовались результаты расчетов по крупномасштабной модели ГУ Гидрометцентра России ПЛАВ. Рассмотрены метеорологические условия в г. Томск на 16 июня и 27 августа 2012г.



Время начала, длительность и интенсивность дождя по модели и фактическим наблюдениям согласуются между собой достаточно хорошо. Согласно существующим регламентам, по оценке оправдываемости осадков прогноз полностью оправдан.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 гг. (соглашение № 14.В37.21.0667).

ДВУХСЕТОЧНЫЙ МЕТОД ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ РЕАКЦИИ-ДИФFUЗИИ

Тиховская С. В.

Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Омск

Рассмотрим линейную эллиптическую сингулярно возмущенную краевую задачу:

$$\begin{aligned} \varepsilon u_{xx}'' + \varepsilon u_{yy}'' - c(x, y)u &= f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \\ u(x, y) &= g(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Omega = (0, 1)^2$, $\Gamma = \bar{\Omega} \setminus \Omega$, $\varepsilon > 0$, $c(x, y) \geq \gamma > 0$.

Решение задачи (1) является равномерно ограниченным и имеет пограничные слои у границ $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$.

Зададим разностную схему, имеющую на сетке Шишкина [1] с $\sigma = \min\{1/4, 2\sqrt{\varepsilon \ln N}\}$ погрешность порядка $O(\ln^2 N / N^2)$:

$$\begin{aligned} \varepsilon \lambda_{xx}^N u_{i,j}^{nN} + \varepsilon \lambda_{yy}^N u_{i,j}^{nN} - c_{i,j} u_{i,j}^{nN} &= f(x_i, y_j), \quad (x_i, y_j) \in \Omega_{N,\sigma}, \\ u_{i,j}^{nN} &= g(x_i, y_j), \quad (x_i, y_j) \in \Gamma_{N,\sigma} = \Gamma \cap \Omega_{N,\sigma}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $c_{i,j} = c(x_i, y_j)$, λ_{xx}^N – разностный аналог второй производной.

Решение схемы (2) может быть найдено итерационным методом. Для уменьшения числа итераций используем двухсеточный метод.

Пусть $k_n = -n^2 / (N^2 - n^2)$, $k_N = N^2 / (N^2 - n^2)$, $N = kn$, $k \in \mathbb{Z} \geq 2$. Для повышения точности с помощью экстраполяции Ричардсона $u^{nN} = k_n u^n + k_N u^N$ используем решение u^n схемы (2) на сетке $\Omega_{n,\sigma}$. При этом в узлах сетки $\Omega_{N,\sigma}$ вычисляем интерполяцию u^{nN} на $\Omega_{n,\sigma}$.

Результаты вычислений показали, что экстраполяция Ричардсона при $n = N/2$ повышает точность до $O(\ln^3 N / N^3)$.

Выполнено при поддержке РФФИ, грант № 11-01-00875-а.

Литература

1. Шишкин Г.И. Сеточные аппроксимации сингулярно возмущенных эллиптических и параболических уравнений. – Екатеринбург: УрО РАН, 1992. – 234 с.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОГРАММНОГО КОДА МЕТОДА ЧАСТИЦ В ЯЧЕЙКАХ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИЛЬНОТОЧНЫХ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Трунов А. А., Старченко А. В.

Томский государственный университет, Томск

В ряде работ (см, например, [1–3]) показано, что производительность программной реализации метода частиц в ячейках может быть существенно улучшена при внимательном подходе к организации структур данных в памяти компьютера.

В данной работе проведено исследование влияния структур данных на производительность программного кода метода частиц в ячейках с учётом архитектур современных процессоров (наличие кэш-памяти, SIMD-инструкций, многопоточность и др.).

Проведена оптимизация кода и данных для увеличения количества кэш-попаданий, отсутствия ложного разделения кэш-линий (false sharing).

Получено увеличение производительности относительно исходного неоптимизированного варианта.

Работа выполнена по заданию Министерства образования и науки РФ № 8.4859.2011.

Литература

1. Bowers K., Accelerating a Particle-In-Cell simulation using a hybrid counting sort // *Journal of Computational Physics*, vol. 173, p. 19, 2001.
2. Tskhakaya D., Schneider R. Optimization of PIC codes by improved memory management // *Journal of Computational Physics*, vol. 225, p. 1, 2007.
3. Bowers K.J. et al. Ultrahigh performance three-dimensional electromagnetic relativistic kinetic plasma simulation // *Phys. Plasmas* 15, 055703, 2008.

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ БИСИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ, КОГДА НЕВОЗМУЩЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ИМЕЕТ ОСОБЕННОСТЬ НА ГРАНИЦЕ

Турсунов Д. А.

Ошский государственный университет, Ош, Кыргызстан

В данной статье на одном модельном примере мы покажем применимость обобщенного метода погранфункции [1] для бисингулярно возмущенного уравнения эллиптического типа, когда соответствующее невозмущенное уравнение имеет особенность на границе. Ранее задачи такого рода рассматривались многими авторами методом согласования (метод сращивания, *matching method*) [2-4]. В докладе подробно излагается суть нового метода и его преимущества.

Рассмотрим задачу Дирихле для эллиптического уравнения

$$\varepsilon \Delta u - (1-x)u = f(x, y), \quad (x, y) \in D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}, \quad (1)$$

$$u|_{\Gamma} = 0, \quad \Gamma = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}, \quad (2)$$

где $0 < \varepsilon \ll 1$ - малый параметр, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ - оператор Лапласа, $f(x, y) \in$

$C_{(x,y)}^{(\infty, \infty)}(\bar{D})$ - заданные функций, $u = u(x, y, \varepsilon)$.

Доказана теорема. Пусть $f(x, y) \in C^\infty(\bar{D})$, $f(1, y) \neq 0$ тогда задача (1)-(2) имеет единственное решение и для него справедлива оценка $\|u - u_n\| \leq c \mu^{6n+1}$, $\mu^6 = \varepsilon$, $c > 0 - \text{const}$.

Литература

1. Alymkulov K., Khalmatov A. A boundary function method for solving the model Lighthill equation with regular singular point // *Math. Notes*, 2012, No.6, -P.751-755.
2. Eckhaus W. *Boundary Layers in Linear Elliptic Singular Perturbation Problems*, SIAM Review, Vol. 14, No. 2 (Apr., 1972), pp. 225-270.
3. Shagi-di Shih and r. Bruce Kellogg, *Asymptotic analysis of a singular perturbation problem*, SIAM J. Math. Anal. Vol. 18, No. 5, (Sept 1987), pp. 1467-1511.
4. Ильин А.М. *Согласование асимптотических разложений краевых задач.* - М.: Наука, 1989. -334 с.

ПРОСТЕЙШИЕ МОДЕЛИ МОРФОГЕНЕЗА РАСТЕНИЙ

Уколов Р. Ю., Меркулова Н. Н.

Томский государственный университет, Томск

Морфогенез растений является одной из непростых для моделирования задач биологии [1]. При математическом моделировании считается, что живой организм состоит из четырёх полуавтономных уровней: молекулярного, клеточного, тканевого, организменного. Моделирование морфогенеза заключается в моделировании процессов каждого уровня и последовательного перехода между ними и осуществляется в одномерной или двумерной постановке.

В данной работе изучаются простейшие модели морфогенеза растений: модель экспоненциального роста (модель 1), модель ограниченного роста (модель 2) и модель незатухающих колебаний популяции клеток тканей растения (модель 3) [2]. В модели 1, представляющей обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) 1 порядка с параметром R , экспоненциальный рост обусловлен автокатализом, и скорость роста зависит от параметра R . Модель 2 описывается обыкновенным дифференциальным уравнением 1 порядка с параметрами R , K . Показано, что в модели 2 при фиксированном параметре K возможны бифуркации и установлены границы параметра R , где нет ветвлений. В случае модели 3, задаваемой системой ОДУ 1 порядка с 4 параметрами, получены стационарные решения и найдены условия на параметры модели. Численное решение для незатухающих колебаний популяции клеток найдено по методу Эйлера и оформлено в виде графиков, демонстрирующих характер поведения популяции клеток растения с течением времени.

Литература

1. Математическое моделирование морфогенеза растений / Лазарева Г.Г., Миронова В.В., Омелянчук Н.А., Шваб И.В., Вшивков В.А., Горпинченко Д.Н., Николаев С.В., Колчанов Н.А. // Сиб. журн. вычисл. Математики. – 2008. – Т. 11, № 2. – С. 151-166.
2. Ризниченко Г.Ю. Математические модели биологических процессов : учеб.пособие / Г.Ю. Ризниченко, А.Б. Рубин – М. : Изд-во МГУ, 1993. – 302 с.

ПРИМЕНЕНИЕ k - ω МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕРМОБАРА В ГЛУБОКОМ ОЗЕРЕ

Цыденов Б. О., Старченко А. В.

Томский государственный университет, Томск

С 1883 года, начиная с классических работ О. Рейнольдса, многие математики и механики занимаются поиском наиболее приемлемых для практики моделей турбулентности. При моделировании термобара (*термобар* – это узкая вертикальная зона в озёрах умеренных широт, разделяющая водоём на области с разными значениями теплофизических характеристик воды) часто используются простейшие полуэмпирические модели турбулентности.

В настоящей работе проведён сравнительный анализ алгебраической модели Холланда П. Р. и др.[1]

$$K_x = 5m^2 / c,$$

$$K_z = \begin{cases} 0.0004 + 6 \times 10^{-7} (N^2)^{-0.5} m^2 / c, & \text{если } N^2 > N_{\min}^2, \\ 0.02 m^2 / c, & \text{если } N^2 \leq N_{\min}^2, \end{cases}$$

и дифференциальной k - ω модели Ментера [2] расчёта значений коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии на примере воспроизведения термобара в глубоком озере.

Работа выполнена при финансовой поддержке стипендии Президента РФ для молодых ученых и аспирантов (СП-71.2012.5), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013» (соглашение №14.В37.21.0667)

Литература

1. Holland P.R., Kay A., Botte V. Numerical modelling of the thermal bar and its ecological consequences in a river-dominated lake // J. Mar. Syst. – 2003. – Vol. 43, № 1-2. – P. 61–81.
2. Menter F.R. Improved Two-equation K-omega Turbulence Models for Aerodynamic Flows. – NASA Technical Memorandum 103975. – 1992. – 31 p.

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСА ПРИМЕСИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Шельмина Е. А.

Томский государственный университет, г. Томск

Прогноз и оценка качества атмосферного воздуха важны как для решения задач охраны окружающей среды, так и для предотвращения чрезвычайных ситуаций, связанных с выбросом загрязняющих веществ в атмосферный воздух. Такие исследования позволяют не только отслеживать содержание примесей в воздухе, но и определять источники выброса загрязняющих веществ и оптимизировать размещение промышленных предприятий с целью уменьшения доз загрязнения.

При исследовании влияния загрязняющих веществ на окружающую среду возникает необходимость решения прямых (определение значений концентрации примеси) и обратных (восстановление параметров источников примеси) задач переноса примеси.

В представляемой работе рассматриваются прямые и обратные задачи переноса примеси, в которых учитывались мгновенные и постоянные источники атмосферных загрязнений. При решении представляемых задач используется модифицированный метод Марчука [1] и разностные схемы высокого порядка.

Для аппроксимации адвективно-диффузионных уравнений использовалась схема Ботта четвертого порядка точности, а также схема MLU третьего порядка.

Для проверки правильности решений обратных задач использовались результаты решения прямой задачи в качестве необходимых входных данных.

В работе приведены примеры применения рассмотренного подхода для решения некоторых модельных задач, а также для г. Томска.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №12-01-31050 мол_а.

Литература

1. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г.И. Марчук. – М. : Наука, 1982. – 315 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧИСЛЕННЫХ СХЕМ В ЗАДАЧЕ РЕКОНСТРУКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ ВНУТРИ ОБЪЕКТА ПО ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ИЗМЕРЕНИЯМ НА ГРАНИЦЕ

Шерина Е. С.

Томский государственный университет, Томск

Рассматривается задача электроимпедансной томографии (ЭИТ). В ЭИТ через объект пропускается электрический ток, измеряется его напряжение на электродах, прикреплённых к границе объекта. ЭИТ применяют для восстановления неизвестного распределения электрической проводимости внутри электропроводящих объектов. Получаемые реконструкции дают возможность оценить неоднородную структуру объектов.

В основе модели ЭИТ лежит краевая задача для уравнения эллиптического типа в частных производных. Для решения задачи предложен двухэтапный вычислительный алгоритм, основанный на методе конечных объёмов (МКО) и итерационном методе минимизации функционала. В ходе решения прямой задачи по определению потенциала электрического поля исследовано и протестировано несколько вариантов конечно-разностных дискретизаций задачи, разностные схемы выведены на основе МКО. Обратная задача ЭИТ является нелинейной и некорректной, чувствительной к ошибкам измерений и аппроксимации. Решение обратной задачи ищется минимизацией функционала. Функционал составлен по измеренным напряжениям на электродах и вычисленному потенциалу поля на границе объекта. Для поставленной задачи разработан комплекс программ на языке C/C++. Численные эксперименты выполнены на искусственных данных.

Работа выполнена по заданию Министерства образования и науки РФ № 8.4859.2011, при финансовой поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013" (госконтракт № 14.В37.21.0667), РФФИ (грант №12-01-31050 мол_а).

Литература

1. Шерина Е. С. Численный метод реконструкции распределения электрического импеданса внутри биологических объектов по измерениям тока на границе / Е. С. Шерина, А. В. Старченко // Вестник Том. гос. ун-та. Математика и механика. – 2012. – № 4. – С. 36–49.
2. Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications / edited by D. S. Holder. – Taylor & Francis, 2004. – 456 p.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ В ГОРНОМ ДЕЛЕ

Шкредова Н. С., Гаврилов Б. И.

Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк

Каждый рассматриваемый вариант проекта шахты включает в себя ряд локальных (чаще всего нелинейных) экстремальных задач, без решения которых невозможно произвести его оценку. Некоторые из этих задач содержат весьма большое число как переменных, так и ограничений (до 3000 и более) и, следовательно, относятся к классу задач большой размерности. Одной из таких локальных задач является выбор оптимальных поперечных типовых сечений сети горных выработок. При проектировании шахт площадь поперечных сечений выработок необходимо выбирать с учетом ряда факторов. Размеры, размещаемых в выработке транспортных средств и скорость движения воздуха по выработке, определяют минимальный типоразмер поперечного сечения выработки. Площадь поперечного сечения одиночной выработки не должна превышать максимального значения (максимального типоразмера). Кроме того, суммарная депрессия по каждой цепи из сети выработок не должна превышать регламентированную величину установленной общешахтной депрессии и суммарная депрессия по каждому замкнутому контуру в сети должна быть равна нулю (второй закон сетей). Затраты на проведение и поддержание выработок сети должны быть минимальными. Учитывая, что поперечные сечения выработок могут непрерывно изменяться в диапазоне своих минимальных и максимальных типоразмеров, математическая модель этой задачи путем преобразований была сведена к задаче сепарабельного программирования с вогнутой целевой функцией и линейными ограничениями. Для ее решения был разработан алгоритм и, для расчётов, составлена программа в среде DELPHI.

Если поперечные сечения выработок принимают дискретные значения в диапазоне своих типоразмеров, то такая задача относится к классу задач целочисленного (дискретного) программирования. Её решение производилось путем кусочно-локальной аппроксимации с сужением интервалов допустимых значений дискретных переменных. Лучшее из полученных решений принималось в качестве приближённого решения оптимизационной задачи.

ОПТИМИЗАЦИЯ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭРМИТОВЫХ СПЛАЙНОВ 5-й СТЕПЕНИ

Шумилов Б. М.

Томский государственный архитектурно-строительный университет,
Томск

Несмотря на существенный рост производительности компьютеров и, особенно, в связи с наступлением эры массового параллелизма вопросы оптимизации вычислений и эффективного использования открывающихся вычислительных возможностей остаются фундаментальной проблемой вычислительной математики. Что касается вейвлетов (коротких или быстро затухающих базисных волновых функций), в мире до сих пор отсутствуют публикации, посвященные оптимизации и эффективизации вычислительных аспектов вейвлетных методов. Известные реализации сводятся: а) к применению локальных усредняющих формул для случая биортогональных вейвлетов, но тогда утрачивается возможность гладкого восполнения измеренных значений; б) к усечению бесконечных рядов для коэффициентов сплайн-вейвлетов с возникновением соответствующих ошибок усечения; в) к обращению ленточных систем уравнений в условиях сложной блочной структуры и отсутствия хорошей обусловленности.

Прорыв в этом направлении можно датировать 2006 годом, когда автором при условии смещения носителей базисных кубических эрмитовых вейвлетов на полшага относительно центров была впервые обнаружена возможность расщепления системы вейвлет-преобразования на две независимые трехдиагональные системы со строгим диагональным преобладанием.

Начиная с «ленивых» вейвлетов третьей и пятой степени, в докладе будет показано, что смещение носителей приводит к расщеплению соотношений разложения на отдельные соотношения в четных и нечетных узлах. В частности вейвлет-преобразование эрмитовых сплайнов 5-й степени расщепляется на три системы, из которых одна система трехдиагональная со строгим диагональным преобладанием и две другие системы с четырьмя диагоналями с преобладанием двух центральных диагоналей, решаемые параллельно. Также с целью улучшить усредняющие свойства вейвлет-преобразований рассматривается построение и использование вейвлетов, ортогональных многочленам.

Полученные результаты иллюстрируются на примере интерполяции материалов лазерного сканирования автомобильных дорог.

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ПЕРЕХОДНЫМИ ПРОЦЕССАМИ

Яковенко П. Г.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Синтез во время переходных процессов классическими математическими методами оптимальных по быстродействию управлений системами с изменяющимися параметрами, ограничениями, заданиями и возмущениями вызывает значительные трудности и при использовании быстродействующей вычислительной техники. Для получения в реальном масштабе времени микропроцессорными средствами оптимальных управлений такими системами необходимы новые подходы, основанные на логике человеческого мышления.

Разработан метод синтеза оптимальных управлений переходными процессами в линейных и нелинейных системах с ограничением координат, основанный на многократном численном решении обыкновенных дифференциальных уравнений, динамическом программировании и имитационном моделировании, принципах «перемены цели» и «ведущего слабого звена». Оптимальный закон составляется из управлений, найденных во время переходного процесса, для малых интервалов времени исходя из начального и конечного состояния системы.

Метод позволил разработать алгоритмы управления энергетическим оборудованием, определить динамические возможности систем, синтезировать микропроцессорными средствами в реальном масштабе времени управления подводными объектами. Составлены алгоритмы управления электроприводами при ограничениях рывка, ускорения и скорости, которые обеспечивают управление позиционными электроприводами при перемещении механизма, как из стационарного состояния, так и при поступлении задания на любой установившейся скорости. Разработаны простые алгоритмы оптимального управления несколькими электроприводами в режиме синхронного движения. Метод может быть использован при разработке микропроцессорных систем управления экспериментальными физическими установками, роботами, манипуляторами, станками, воздушными и наземными подвижными объектами.

CONSTRUCTION OF ORTHOGONAL LATIN SQUARES

Odusanya S. D., Semenov M. E.

Tomsk Polytechnic University, Tomsk

To produce a sequential plan of the computational experiment it is necessary to set the minimum (or maximum) value of the independent argument (parameter) and to define a shift of the argument up to produce the other extreme value of the argument. A several parameters can be used in the numerical simulation of a physical object. It should be noted that each parameter can be changed with a certain step in a range. In this case we speak about necessity of a construction multi-level and multi-factorial plans of computational experiments.

In the paper we propose Latin squares for produce the sequential plan of the computational experiment. Sequential plans can be based on using orthogonal Latin squares.

Two Latin squares L_1 and L_2 of order n are orthogonal to each other if, given any two symbols i and j , there is a unique pair (k, p) such that the (k, p) entries of L_1 and L_2 are i and j respectively [1]. Let L denominate the Latin square of a certain order n . A transformation $F(L)$ is called validity-preserving if result of $F(L)$ is Latin square again.

Canonical zero-diagonal Latin squares (CZD LS) of odd orders were built with code which was written on programming language Pascal [2]. Now we suggest an algorithm for constructing CZD LS of the even order. For the construction of orthogonal Latin squares, we suggest using the following validity-preserving transformation: permuting numerals, permuting rows or columns, or transposing the Latin square L . A Latin square L of order n is the input of the transformation $F(L)$, the orthogonal Latin square of order n is the output of transformation.

The project was supported by MSE Program «Nauka» contract No. 1.604.2011.

Literature

1. Bailey R.A., Cameron P.J. and Connelly R. Sudoku, gerechte designs, resolutions, affine space, spreads, reguli, and Hamming codes. 2008. – American Mathematical Monthly. – V. 115. – pp. 383-404.

2. Odusanya S.D., Semenov M.E. Application of Canonical Zero-Diagonal Latin Squares for Simulation Plans. Proc. of the X International Conference on Prospects of Fundamental Sciences Development (PFSD-2013) April 23-26, 2013 Tomsk, Russia. – 2013. – pp. 584-586.

A CONSTRUCTION OF BLOCK BACKWARD DIFFERENTIAL FORMULA

¹Semenov M. E., ²Tursunov D. A.

¹Tomsk Polytechnic University, Tomsk

²Osh State University, Osh, Kyrgyzstan

Many scientific and engineering problems are described using apparatus of ordinary differential equations (ODEs), where the analytic solution is unknown. Much research has been done by the scientific community on developing numerical methods which can provide an approximate solution of the original ODE [1]. Stiff problems are very common problems in many fields of the applied sciences: control theory, biology, chemical engineering processes, electrical networks, fluid dynamics, plastic deformation etc.

Most of numerical methods for solving initial value problems (IVPs) for ODEs will become unbearably slow when ODEs are stiff. The most popular multistep methods families for stiff ODEs are formed by the backward differentiation formulae (BDF or Gear methods), Rosenbrock methods, implicit or diagonally implicit Runge-Kutta methods.

We are suggested a construction of one-block multistep BDF method, it is self-starting and can be applied for the numerical solution of solving IVPs for first-order ODEs. Development of linear multistep methods for solving ODEs can be generated using different methods. We are used the collocation technique for a construction a set of implicit BDF formulas.

In the paper we discuss the basic idea behind the algorithm and obtain a continuous representation for the exact solution which is used to generate members of the block method for solving IVPs. The order and error constant of the block method, and convergence and stability analysis were given also. Numerical results and concluding remarks are presented. The suggested approach eliminates requirement for a starting value and its speed proved to be up when computations with the block discrete schemes were used.

The project was supported by MSE Program «Nauka» contract No. 1.604.2011, RFBR, research project No. 13-01-90903 мол_ин_нр.

Literature

1. Akinfenwa O.A., Jator S.N., Yao N.M. Continuous block backward differentiation formula for solving stiff ordinary differential equations. Computers & Math. with Applications, V. 65 (7), 2013, pp. 996-1005.

СЕКЦИЯ “ГЕОМЕТРИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ”

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ КРИВЫХ В СРЕДЕ ПРОГРАММИРОВАНИЯ FMSLogo

Баглаев И. И.

Бурятский государственный университет, Улан-Удэ

Исследования дискретных аналогов объектов классической дифференциальной геометрии позволяют рассматривать вместо гладких кривых и поверхностей ломаные, сетки, симплициальные комплексы и т. д. Дискретные объекты могут быть измерены (длина, площадь и т.п.), могут взаимодействовать с другими дискретными объектами. А их прообразы вновь возникают как непрерывные пределы своей дискретизации при стремлении к нулю размеров дискретных ячеек. В данном докладе представлены авторские процедуры решения задач вычисления и моделирования в среде программирования FMSLogo стандартных объектов дифференциальной геометрии плоских и пространственных кривых. К таким задачам относятся: вычисление длины дуги, вычисление кривизны и кручения, визуализация адаптированного репера кривой, растровые и кинематические методы моделирования кривых.

В FMSLogo имеются базисные функции-датчики РАССТОЯНИЕ_huz ros для 3d-режима и РАССТОЯНИЕ_pos для 2d-режима, которые возвращают длину отрезка (в пикселях) с началом в текущей позиции Тортиллы и концом в позиции pos. Применение этих датчиков позволяет составлять эффективные функции вычисления длин дуг кривых.

Также в среде FMSLogo, зная координаты некоторого вектора \mathbf{a} , можно вычислить его пространственную ориентацию и строить отрезки прямой с направляющим вектором \mathbf{a} . Таким образом, находя координаты векторов репера Френе, легко построить сам репер.

Графический исполнитель команд среды FMSLogo выполняет пространственные вращения, меняющие курс, крен, уклон и служит инструментальным средством кинематических методов моделирования кривых.

Литература.

Руководство пользователя среды программирования FMSLogo 6.27 [Электронный ресурс] // <http://fmslogo.sourceforge.net/manual/index.html>

О РЕКУРРЕНТНОСТИ ТЕНЗОРА НОРМАЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ ДВУМЕРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ЧЕТЫРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПОСТОЯННОЙ КРИВИЗНЫ

Бодренко И. И.

Волгоградский государственный университет, Волгоград

Известно, что всякое двумерное риманово многообразие M^2 со знакопостоянной гауссовой кривизной K имеет рекуррентный тензор кривизны Римана R . Имеет место равенство: $\nabla R = d \ln |K| \otimes R$, где g – риманова метрика M^2 , ∇ – риманова связность, согласованная с g .

Пусть F^2 – двумерная поверхность в четырехмерном пространстве постоянной кривизны $M^4(c)$. Обозначим через D и R^\perp соответственно, нормальную связность и тензор нормальной кривизны F^2 в $M^4(c)$.

Пусть $\bar{\nabla} = \nabla \oplus D$ – связность Ван дер Вардена – Бортолотти.

Тензор нормальной кривизны $R^\perp \neq 0$ называется *параллельным*, если $\bar{\nabla} R^\perp = 0$.

Тензор нормальной кривизны $R^\perp \neq 0$ называется *рекуррентным* [1] (в связности $\bar{\nabla}$), если существует 1-форма ν на F^2 такая, что $\bar{\nabla} R^\perp = \nu \otimes R^\perp$.

Справедлива следующая

Теорема. *Поверхность F^2 с не плоской нормальной связностью в $M^4(c)$ имеет рекуррентный тензор нормальной кривизны R^\perp : $\bar{\nabla} R^\perp = \nu \otimes R^\perp$*

Основным инвариантом нормальной связности D двумерной поверхности F^2 в евклидовом пространстве E^4 является гауссово кручение χ . В каждой точке $x \in F^2$ $|\chi| = 2ab$, где a, b – полуоси эллипса нормальной кривизны в x .

Для поверхностей F^2 с ненулевым гауссовым кручением $\chi \neq 0$ в E^4 имеет место равенство: $\bar{\nabla} R^\perp = d \ln |\chi| \otimes R^\perp$.

Литература

1. Бодренко И.И. Обобщенные поверхности Дарбу в пространствах постоянной кривизны. – Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. – 200 с.

О РАСКРОЕ СЕТЕПОЛОТНА ДЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО РЕФЛЕКТОРА

Бухтяк М. С., Самылкина О. А.

Томский государственный университет, Томск

Отражающая поверхность параболической антенны представлена металлическим сетеполотном, соединенным сетчатой конструкцией с силовым каркасом. Задача: указать такой способ прикрепления сетеполотна к несущим конструкциям, чтобы сетеполотно испытывало по возможности меньшие локальные искажения длин.

Мы рассматриваем осесимметричный рефлектор и способ прикрепления к несущим конструкциям плоского листа сетеполотна. Кусок параболоида есть голограф вектор-функции

$$\mathbf{R} = \{u \cos v, u \sin v, u^2 4^{-1} F^{-1}\}, \quad (0 \leq u \leq r, \quad 0 \leq v < 2\pi).$$

F – фокусное расстояние параболоида. Плоская область задана вектор-функцией

$$\mathbf{r} = \{uf(u) \cos(v), uf(u) \sin(v), 0\}, \quad (0 \leq u \leq r, \quad 0 \leq v < 2\pi).$$

Первые квадратичные формы [1] поверхностей позволяют построить лагранжиан L , и соответственно, функционал, минимизация которого равносильна минимизации максимальных локальных искажений длин. Первая вариация [2] приводит к весьма сложному дифференциальному уравнению на $f(u)$. При надлежащих начальных условиях решение приближается полиномом (с помощью пакета Maple). Для $F = 8$ и $r = 6$ имеем

$$f \approx 1 + 0.0005u^2 - 3.97 \cdot 10^{-7} u^4 + 6.58 \cdot 10^{-10} u^6 - 1.36 \cdot 10^{-12} u^8 + \\ + 3.1665 \cdot 10^{-15} u^{10} - 7.98 \cdot 10^{-18} u^{12} + 2.13 \cdot 10^{-20} u^{14}$$

Порядок невязки решения дифференциального уравнения оценивается в 10^{-9} . Интегральное среднеквадратичное значение лагранжиана оценивается в 0,00132.

Литература

1. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. – 428 с.
2. Будылин А.М. Вариационное исчисление. – СПб.: СПбГУ, 2001. – 197 с.

О МЕРЕ И МЕТРИКЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИ ОДНОМЕРНОГО ФИЗИЧЕСКОГО ФРАКТАЛА

Гладков С. О., Богданова С. Б.

Московский авиационный институт

(национальный исследовательский университет) (МАИ), Москва

При описании физических свойств фрактальных структур [1], с необходимостью используется дробная производная. При ее применении нарушается размерность длины, поэтому на топологически одномерном фрактале понятие расстояния (метрики) между любыми двумя точками становится не совсем понятным. В [2] метрика была введена, как $dl^2 = \mu^2 g(x) dx^{2(1+\varepsilon)}$, где μ – мера, а $g(x)$ – метрический тензор, ε – параметр фрактальности, определяемый как разность между фрактальной и топологической размерностью объекта. Ренорм – групповой подход приводит нас к выражению для меры в виде

$\mu = l^{-\varepsilon} C e^{\varepsilon}$, где l – периметр физического фрактала, конечность которого определяется нижней границей излома (она порядка длины свободного пробега квазичастицы по порядку величины соответствующей примерно 10^{-5} см), а C – константа интегрирования, которая находится для каждого фрактала отдельно. Для классических фрактальных кривых Коха, Серпинского, Пеано и Менгера соответствующие значения таковы: $\mu_K = 0,77$ и $C_K = 0,8$, $\mu_S = 1,77$ и $C_S = 3,7$, $\mu_P = 1,44$ и $C_P = 4,1$, $\mu_M = 4,46$ и $C_M = 6,1$.

Литература

1. Богданова С.Б., Гладков С.О. О продольной магнитной восприимчивости фрактальных ферродизэлектриков // Известия РАН. Серия физическая. – 2011. – Т. 75. В. 10. – С. 1418–1422.
2. Гладков С.О. Физика композитов: термодинамические и диссипативные свойства. – М.: Наука, 1999. – 330 с.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ДИСКОВОЙ ФРЕЗЫ ДЛЯ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ ПЕРЕДАТОЧНОГО МЕХАНИЗМА

Гомбоев Э. Д.

Томский государственный университет, Томск

Формообразование – это процесс, охватывающий геометрию поверхностей деталей и инструментов и кинематику их относительного движения в процессе обработки. В данной работе решается задача профилирования режущего инструмента – дисковой фрезы для обработки деталей передаточного механизма с ЭЦ-зацеплением [1]. Острая кромка, получающаяся при обрезании зубьев выходной детали цилиндром, сглаживается поверхностью, образованной окружностями, касающимися базовых кривых поверхности зуба и круговых сечений цилиндра. Строятся плоские сечения выходной детали и сглаживающей поверхности, параллельные оси вращения детали и вектору наклона зуба. Точки касания кривых, получающихся в этих сечениях, с круговыми сечениями дисковой фрезы проектируются в плоскость, перпендикулярную направлению зуба. В результате получается плоский профиль дисковой фрезы. Получены уравнения сглаживающей поверхности и плоско-параллельных сечений. Массив точек плоского профиля фрезы получен численно с использованием пакета MathCad.

Литература

1. Патент РФ 2439401. Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых профилей (варианты) / *В.В. Становской, С.М. Казакевичюс, Т.А. Ремнева, В.М. Кузнецов, А.В. Становской*. Заявлено 29.01.2010; опубл. 10.01.2012, Булл. № 1.

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ШЕВРОННОГО И АРОЧНОГО ЭЦ-ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Захаркин Н. В., Бубенчиков А. М.

Томский государственный университет, Томск

В 2007 году был разработан и запатентован новый вид зацепления в передаточных механизмах – “эксцентриково-циклоидальное (ЭЦ) зацепление” (<http://www.ec-gearing.ru/>), который обладает повышенными силовыми характеристиками и позволяет получать высокие передаточные отношения в одной ступени [1].

При проектировании и изготовлении передаточных механизмов с использованием ЭЦ зацепления с большим передаточным отношением возникает ряд вопросов касающихся необходимой и достаточной жесткости входного вала-шестерни [2].

Из-за особенностей данного вида зацепления, часто вал-шестерню приходится делать с закрытым профилем зуба. Тогда при расчете на жесткость брать только центральную цилиндрическую часть вала будет не совсем корректно, а в некоторых случаях (при минимизации размеров и массы передачи) недопустимо.

Необходимо теоретически определить (и экспериментально подтвердить) допускаемые и необходимые условия прочности, допустимую деформацию и требуемую жесткость вала-шестерни исходя из условий оптимизации КПД, работоспособности, ресурса работы и передаваемой мощности передачи.

Литература

1. Патент РФ 2439401. Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых профилей (варианты) / В.В. Становской, С.М. Казакиявичюс, Т.А. Ремнева, В.М. Кузнецов, А.В. Становской. Заявлено 29.01.2010; опублик. 10.01.2012, Бюлл. № 1.

2. Становской В.В., Казакиявичюс С.М., Ремнева Т.А., Кузнецов В.М., Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Новый вид зацепления колёс с криволинейными зубьями // Справочник. Инженерный журнал, 9(12). – Москва: Издательский дом «Спектр», 2008. – С. 34-39.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ШЕВРОННОГО И АРОЧНОГО ЭЦ-ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Казакявичюс С. М., Бубенчиков А. М.

Томский государственный университет, Томск

Разработанное ЗАО «Технология маркет» в 2007 году эксцентриково-циклоидальное зацепление [1], представляет собой косозубое зубчатое зацепление, обладающее рядом достоинств (менее шумное, передаёт больший крутящий момент, имеет больший коэффициент полезного действия.). Среди основных недостатков любого косозубого зацепления следует выделить наличие осевого усилия. При необходимости компенсации осевой силы в зацеплении, используют шевронное зацепление [2] или арочное зацепление.

Найдены аналитические или численные решения этих поверхностей. В данной работе эти задачи решены для цилиндрической передачи с ЭЦ-зацеплением.

Поверхности зуба шевронного ЭЦ колеса получена как огибающая семейства поверхностей ЭЦ зубьев шестерни и колеса при двух вращениях вокруг оси OZ.

Поверхность зуба арочного ЭЦ колеса получена как смещение исходного контура ЭЦ зубьев вдоль окружности, расположенной на цилиндрической поверхности.

Литература

1. Патент РФ 2439401. Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых профилей (варианты) / В.В. Становской, С.М. Казакявичюс, Т.А. Ремнева, В.М. Кузнецов, А.В. Становской. Заявлено 29.01.2010; опубл. 10.01.2012, Бюлл. № 1.

2. Становской В.В., Казакявичюс С.М., Ремнева Т.А., Кузнецов В.М., Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Новый вид зацепления колёс с криволинейными зубьями // Справочник. Инженерный журнал, 9(12). – Москва: Издательский дом «Спектр», 2008. – С. 34-39.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ КОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ С ЭЦ-ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Камчатный С. А., Кузнецов В. М., Сковородин А. В., Щербаков Н. Р.
Томский государственный университет, Томск

Формообразующая обработка деталей является важнейшим аспектом машиностроительного производства. Проблема обработки (формообразования) поверхности детали передаточного механизма в самой общей постановке является задачей сближения двух поверхностей в пространстве до состояния касания, в котором поверхности имеют общую касательную плоскость. В [1] получены системы уравнений для определения местоположения фрезы (сферической и тороидальной) в момент касания с деталями цилиндрической передачи с ЭЦ-зацеплением [2]. Найдены аналитические или численные решения этих систем. Разработан комплекс специальных компьютерных программ управления движением фрезы, обрабатывающей деталь. В данной работе эти же задачи решены для конической передачи с ЭЦ-зацеплением.

Литература

1. Камчатный С.А., Сковородин А.В., Становской А.В., Щербаков Н.Р. Математическое моделирование процесса сближения поверхностей при формообразовании деталей передаточного механизма с ЭЦ-зацеплением // Вестник ТГУ. Математика и механика, 4(20). – Томск: ТГУ, 2012. – С. 15-24.
2. Патент РФ 2439401. Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых профилей (варианты) / В.В. Становской, С.М. Казаквичюс, Т.А. Ремнева, В.М. Кузнецов, А.В. Становской. Заявлено 29.01.2010; опубл. 10.01.2012, Бюлл. № 1.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ФРЕЗЫ ДЛЯ НАРЕЗКИ ЭЦ-ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Кузнецов В. М., Щербаков Н. Р.

Томский государственный университет, Томск

Профили зубьев, разработанного ЗАО «Технология маркет» (г. Томск) эксцентриково-циклоидального зацепления [1], представляют собой циклоидальную кривую и эксцентрично смещённую окружность. В условиях единичного производства детали изготавливаются на 4-х координатном обрабатывающем центре с использованием концевых сферических фрез. Для уменьшения себестоимости деталей необходимо использовать специальный профильный инструмент. Стоимость, например, специального концевого инструмента всего в 2 раза больше стоимости стандартной фрезы. При этом машинное время уменьшается в 5 и более раз.

Профили поперечного сечения зубьев шестерни и колеса различные, следовательно, профиль специального инструмента для обеих деталей будет различный. Профильный инструмент может быть в виде: дисковой фрезы, червячной фрезы и концевой фрезы. Сложность получения профиля специального инструмента заключается в том, что первоначально необходимо определить точки контакта выбранного профиля с обрабатываемой геометрией.

В данной работе рассмотрены вопросы проектирования специальной дисковой фрезы для нарезки цилиндрических ЭЦ-зубьев колеса.

Литература

1. Патент РФ 2439401. Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых профилей (варианты) / В.В. Становской, С.М. Казакивичюс, Т.А. Ремнева, В.М. Кузнецов, А.В. Становской. Заявлено 29.01.2010; опубл. 10.01.2012, Бюлл. № 1.

2. Становской В.В., Казакивичюс С.М., Ремнева Т.А., Кузнецов В.М., Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Новый вид зацепления колёс с криволинейными зубьями// Справочник. Инженерный журнал, 9(12). – Москва: Издательский дом «Спектр», 2008. – С. 34-39.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИНВАРИАНТОВ АССОЦИИРОВАННОГО ПУЧКА МАТРИЦ СЕМЕЙСТВ ПРЯМЫХ В ПРОЕКТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Лактионов С. А.

Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк

В работе [1] было указано соответствие между инвариантами [2] ассоциированного пучка матриц данного семейства прямых и тангенциально отделимыми пфаффовыми подмногообразиями этого семейства. Изучение геометрических свойств тангенциально отделимых пфаффовых подмногообразий семейства прямых, соответствующих различным алгебраическим инвариантам ассоциированного пучка позволяет установить, что подмногообразия, соответствующие элементарным делителям пучка содержат единственный торс и единственную особую точку, которая является характеристикой этого торса. Подмногообразия, соответствующие минимальным индексам столбцов $\mu > 0$, содержат торсы, причем каждая точка прямой является характеристикой некоторого торса, принадлежащему этому подмногообразию. Если для семейства прямых число минимальных индексов столбцов $\mu = 0$ равно t , то плоскости основного соответствия для точек прямой l семейства пересекаются по плоскости размерности $t+1$: $l_{t+1} = (l, A_{p_1}, \dots, A_{p_t})$. Подмногообразия, соответствующие минимальным индексам строк $\eta > 1$, обладают тем свойством, что каждая точка прямой l является особой точкой класса 1 относительно этого подмногообразия. Если $\eta = 1$, то все точки прямой семейства являются особыми и описывают поверхности, касательные плоскости к которым принадлежат одной и той же гиперплоскости.

Литература

1. Тангенциально отделимые пфаффовы подмногообразия семейства прямых проективного пространства и инварианты ассоциированного пучка матриц. – Всероссийская конференция по математике и механике, посвященная 130-летию Томского университета и 60-летию механико-математического факультета: Сборник тезисов (Томск, 22-25 сентября 2008 г.) – Томск: Томский государственный университет, 2008 г. С 102.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – 4-е изд. –М: Наука, 1988. -549 с.

ТЕРМИНАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ИМПУЛЬСНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ КОНИЧЕСКИХ ЛОКАЛЬНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ПЛОСКОСТИ

Мычка Е. Ю.

МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Рассмотрим две конические локальные динамические системы на плоскости, у которых начало координат является изолированной стационарной точкой (см. [1], [2]). Под *импульсным управлением* будем понимать мгновенный переход от одной системы к другой. *Терминальная задача* для некоторого начального состояния заключается в том, чтобы импульсным управлением перевести это состояние в начало координат (возможно, за бесконечное время) (см., напр., [3]). Множество тех состояний, для которых терминальная задача разрешима, будем обозначать через $tt(Z_1, Z_2)$ (terminal task), где Z_1 и Z_2 – рассматриваемые системы.

В работе даётся описание множества $tt(Z_1, Z_2)$. Отметим один частный случай:

Пусть Z_1 и Z_2 суть конические локальные динамические системы на плоскости, являющиеся «центром». Если фазовые портреты систем различны, то $tt(Z_1, Z_2) = \mathbb{R}^2$.

Исследование ведётся в рамках аксиоматической теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Литература

1. Мычка Е.Ю. Пространство локальных динамических систем $L(X)$ и пространство В.В.Филиппова $A_{\text{сеп}}(X)$ // ДУ. – 2010. – Т. 46, №4. – С. 499–505.
2. Мычка Е.Ю. О строении окрестности изолированной стационарной точки локальной динамической системы на плоскости // ДУ. – 2011. – Т. 47, № 2. – С. 195–208.
3. Hajek O. Control theory in the plane, Lecture Notes in Control and Information Sciences 153. – Berlin, 2008.

ОБ ОДНОРОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ $M^7 = SO(5)/SO(3)$

Седых А. Г.

Кемеровский государственный университет, Кемерово

Как известно [1], существует неприводимое представление группы $SO(3)$ в пространстве \mathbf{R}^5 , основанное на том, что векторное пространство \mathbf{R}^5 изоморфно множеству действительных симметричных бесследовых матриц порядка 3. Неприводимо вложенная группа $SO(3)$ является группой изотропии кубической формы $T = \sum_{i,j,k=1}^5 T_{ijk} dx_i \otimes dx_j \otimes dx_k$

специального вида [1]. Представляет интерес изучение однородного пространства $M^7 = SO(5)/SO(3)$. Относительно биинвариантного скалярного произведения на $SO(5)$ получено разложение $\mathfrak{so}(5) = \mathfrak{so}(3) + V$ алгебры Ли $\mathfrak{so}(5)$ в прямую сумму алгебры Ли $\mathfrak{so}(3)$ группы $SO(3)$ и $\text{ad}(SO(3))$ -инвариантного подпространства V . Найден ортонормированный базис E_1, \dots, E_{10} алгебры Ли $\mathfrak{so}(5)$ такой, что $E_1, E_2, E_3 \in \mathfrak{so}(3)$, а $E_4, \dots, E_{10} \in V$. Используя обычные формулы для кривизны однородного пространства [2], получены геометрические характеристики однородного пространства $M^7 = SO(5)/SO(3)$. Оказалось, что имеет M^7 постоянную секционную кривизну, равную $\frac{1}{40}$, кривизна Риччи равна

$\frac{3}{20}$, скалярная кривизна $S = \frac{21}{20}$.

Тензор T определяет [1] эндоморфизм пространства $\mathfrak{so}(5)$ по формуле $\bar{T}(W)^{ik} = 4T_{ijm} T_{klm} W^{jl}$. Это позволяет определить на $\mathfrak{so}(5)$ еще одно инвариантное скалярное произведение по формуле [1]:

$$(W, W') = *(T(W) \wedge *W'),$$

где $*$ – оператор Ходжа. Это скалярное произведение сохраняет ортогональность разложения $\mathfrak{so}(5) = \mathfrak{so}(3) + V$ и имеет сигнатуру $(3, 7)$. Получены геометрические характеристики однородного пространства $M^7 = SO(5)/SO(3)$ относительно последней инвариантной римановой структуры.

Литература

1. Bobiński M. M., Nurowski P. Irreducible $SO(3)$ geometry in dimension five. arXiv:math/0507152v3 [math.DG], 2005.

2. Кобаяси Ш., Намидзу К. Основы дифференциальной геометрии. В 2 т. – Москва: Наука, 1981.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОНЦЕВОГО ИНСТРУМЕНТА ПРИ ОБРАБОТКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЭЦ-ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Сковородин А. В., Щербаков Н. Р.

Томский государственный университет, Томск

Эксцентриково-циклоидальное зубчатое зацепление [1] разработано в ЗАО «Технология маркет» (г. Томск) в 2007 г. Поверхность входной детали в ЭЦ-зацеплении образована окружностями, расположенными в параллельных плоскостях, с центрами на винтовой линии. Поверхность выходной детали образована движением плоской циклоидальной кривой – эквидистанты эпитрохоиды.

Зубчатое колесо и шестерня имеют различный профиль поперечного сечения зуба, следовательно, для их изготовления необходимы разные траектории движения инструмента на обрабатываемом центре [2]. При этом для любого цилиндрического зубчатого колеса с ЭЦ-зацеплением, можно вывести точную формулу поверхности зубьев, а, следовательно, и траекторию движения инструмента, для формообразования этих зубьев. Аналогичное условие справедливо и для шестерни.

В данной работе рассмотрены вопросы моделирования движения концевой сферической инструмента при обработке шестерни и зубчатого колеса.

Литература

1. Патент РФ 2439401. Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых профилей (варианты) / В.В. Становской, С.М. Казакиявичюс, Т.А. Ремнева, В.М. Кузнецов, А.В. Становской. Заявлено 29.01.2010; опублик. 10.01.2012, Бюлл. № 1.
2. Становской В.В., Казакиявичюс С.М., Ремнева Т.А., Кузнецов В.М., Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Новый вид зацепления колёс с криволинейными зубьями// Справочник. Инженерный журнал, 9(12). – Москва: Издательский дом «Спектр», 2008. – С. 34-39.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЭЦ-ЗАЦЕПЛЕНИЯ НА ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

Становской А. В., Бубенчиков А. М.

Томский государственный университет, Томск

Детали разработанного ЗАО «Технология маркет» (г. Томск) эксцентриково-циклоидального зацепления [1], изготавливаются с использованием 4-х координатного обрабатывающего центра. Профили поперечного сечения на входном валу и выходном колесе различные, что позволяет минимизировать потери в ЭЦ-зацеплении при его работе. Поверхность входной детали в ЭЦ-зацеплении образована окружностями, расположенными в параллельных плоскостях, с центрами на винтовой линии. Детали изготавливаются с использованием приводной программируемой 4-ой оси, установленной на рабочий стол станка. Поверхность выходной детали образована движением плоской циклоидальной кривой – эквидистанты эпитрохоиды.

При работе реального зацепления необходимо учитывать различные погрешности изготовления зацепления, установки его в корпус, зазоры в зацеплении и т.п. При этом происходит изменение положения пятна контакта и его размеров, относительно расчётного значения. В эвольвентном зацеплении данные погрешности систематизированы. При расчёте вводятся поправочные коэффициенты, с учётом точности изготовления зубчатых колёс.

Для учёта данных погрешностей в ЭЦ-зацепление необходимо спрогнозировать поведение пятна контакта в реальном зацеплении и оптимизировать данное пятно за счёт геометрических параметров ЭЦ-зацепления. В данной работе рассмотрено влияние погрешностей установки на положение пятна контакта в цилиндрическом ЭЦ-зацеплении.

Литература

1. Патент РФ 2439401. Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых профилей (варианты) / В.В. Становской, С.М. Казакивичюс, Т.А. Ремнева, В.М. Кузнецов, А.В. Становской. Заявлено 29.01.2010; опубл. 10.01.2012, Бюлл. № 1.

СЕКЦИЯ
“МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И
МЕХАНИКИ. ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ”

О РАЗВИТИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ

Гриншпон И. Э.

Томский государственный университет систем управления
и радиоэлектроники, Томск

В процессе образования большое значение имеет развитие математического мышления. Нужно учесть, что основными компонентами математического мышления являются доминирование логической схемы рассуждений, лаконизм, четкая расчлененность хода рассуждений, точность.

Для всестороннего развития математического мышления необходимо показать роль математики как инструмента познания окружающего мира. Ориентация обучения только на предметную сторону научного знания является неполной. Сознательному и глубокому усвоению материала способствует умение сопоставлять различные способы решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки, устанавливать границы применимости различных методов решения поставленной задачи.

В современном обществе все большее значение приобретает процесс самостоятельного получения знаний, например, через Интернет. Такой способ эффективен только в том случае, если обучающийся обладает развитым мышлением.

В неразрывной связи с умением логически мыслить находятся вопросы об умении четко и грамотно выражать эти мысли, формулировать понятия и задания, как с помощью формул, так и словесно.

Следует отметить, что, встречается очень мало учебных заданий, которые требуют анализа условий. Студенты уверены, что все содержащиеся в условии задания сведения необходимы для решения и будут использованы. Между тем при решении реальных задач почти никогда не бывает достаточно данных для решения, условия иногда противоречивы или избыточны избыточными исходными данными.

Отметим, ещё один аспект обсуждаемой проблемы. Психологами установлено, что допущенная учеником или студентом ошибка обладает известной устойчивостью и с большим трудом изживается при дальнейшем обучении. В связи с этим целесообразно давать на занятиях

задания, при выполнении которых студенты учатся находить и анализировать ошибки, вскрывать причины их возникновения. В результате решения таких заданий резко возрастает активность мыслительной деятельности. Математическое мышление студентов усиливается благодаря следующим условиям: неожиданности появления задачи, провоцирующей студента на ошибку; посильности заданий; углублению понимания материала.

О ТЕСТИРОВАНИИ СТУДЕНТОВ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Гриншпон И. Э., Гриншпон Я. С., Магазинников Л. И.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

В связи с компьютеризацией общества возрастает роль математики в образовании. При этом уровень математической подготовки абитуриентов, а значит, и студентов снижается. Поэтому возникает необходимость повторения курса элементарной математики в рамках курса высшей математики. Кафедрой математики ТУСУРа совместно с Лабораторией инструментальных систем моделирования создается компьютерное методическое обеспечение для повторения курса школьной математики, которое содержит следующие блоки:

1. Блок для проверки знаний студентов первого курса по элементарной математике. Эти материалы должны отражать требования рабочих программ специальностей и направлений нашего университета.

2. Блок обучающих заданий по основным разделам курса математики средней школы, используя которые студенты могут углубить свои знания.

3. Блок обучающих заданий для школьников и абитуриентов вузов. Этот блок может быть использован при подготовке к ЕГЭ и ГИА, а также при изучении отдельных разделов курса в средней школе. Этот блок целесообразно использовать также при организации нового набора, в специальных классах, при агитационных выездах и т.д.

Программное обеспечение позволяет организовать работу как в контролирующем, так и в обучающем режимах. В контролирующем режиме все методические указания по решению задач блокируются.

Основным родом деятельности со стороны кафедры является создание и постоянное расширение базового банка задач: составление новых задач, каждая из которых сопровождается теоретическими указаниями и подробным решением для реализации режима обучения. На основании одной базовой задачи можно составить порядка $4 \cdot 10^7$ различных ее вариантов.

Часть составленного банка и программное обеспечение прошли предварительную проверку в дистанционной форме обучения. результаты оказались обнадеживающими.

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВЫХ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ

Гриншпон Я. С.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Математическая подготовка школьников заключается не только в усвоении базовых навыков и умений работы с числами, переменными величинами, геометрическими фигурами и другими математическими объектами, но и в развитии специфической мыслительной деятельности, основанной на сочетании интуиции, творчества и логики. Действительно, решение многих задач повышенной сложности по математике (особенно теоретико-числовых задач, аналогичных задачам типа С6 Единого государственного экзамена) можно разделить на три этапа, соответствующих вышеуказанным компетенциям:

— интуитивное угадывание одного или нескольких решений задачи, или ограничений, накладываемых на эти решения;

— творческий поиск метода нахождения всех решений задачи или доказательства того, что других решений, кроме найденных на первом этапе, не существует;

— строгое логическое оформление идей, выработанных на первом и втором этапах.

Разумеется, в отличие от задач базового уровня простой тренировкой «натаскать» на задачи повышенного уровня сложности невозможно. Однако рассмотрение большого числа примеров, иллюстрирующих различные методы решения теоретико-числовых задач, безусловно, способствует овладению навыком решения таких задач. При этом следует обратить внимание учащихся на все этапы решения, т.е. научиться угадыванию ответа (первый этап) не менее важно, чем научиться поиску верного способа решения (второй этап) и корректной записи полученного решения (третий этап).

В качестве примеров задач, на которых удобно отрабатывать предложенную в работе поэтапную схему решения, можно порекомендовать задачи на делимость, задачи на десятичную запись чисел, диофантовые уравнения, задачи на оценку наибольшего или наименьшего значения и т.д.

Предложенная в работе методика апробирована автором в Центре довузовской подготовки ТУСУР в городе Северск, а также на факультативных занятиях в Лицее при ТПУ и в Лицее №1 им. А.С.Пушкина.

О НАПОЛНЕНИИ СОДЕРЖАНИЯ ПОНЯТИЯ ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Ельцов А. А., Ельцова Т. А.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Для решения задач, возникающих в научных исследованиях, всё чаще приходится привлекать математический аппарат ранее в соответствующих областях не применявшийся. Поэтому меняется наполнение понятия прикладная математика. В последнее время весьма востребованными стали теория групп, колец, полей, векторные пространства над различными полями, в том числе и конечными, векторное дифференциальное исчисление, теория множеств.

Из-за высокого уровня абстракции указанные разделы математики являются трудными для восприятия, что порождает много проблем, в том числе, проблему сохранения уровня изложения [1].

Из-за слабой школьной математической подготовки многие студенты с трудом воспринимают абстракции. Поэтому некоторые преподаватели уменьшают количество изучаемого материала и упрощают изложение, что ведёт к ухудшению качества образования.

Следует отметить, что включение абстрактных разделов в курс математики, кроме всего прочего, повышает математическую культуру будущего инженера. Последнее является очень важным, так как инженеру приходится изучать некоторые разделы математики самостоятельно. Без достаточной математической культуры это сделать очень трудно, а иногда и не возможно. Переход на более высокий уровень абстракции повышает информационную насыщенность курса и позволяет, кроме того, в дальнейшем инженерам самостоятельно разбираться в нужных им разделах математики.

Отметим также, что некоторые из вопросов, заслуживающих упоминания в общем курсе математики, изучены сравнительно недавно, например системы линейных уравнений над кольцами классов вычетов, возникающие при анализе криптосистем и рассмотренные В.П. Елизаровым в [2] и др.

Литература

1. Ельцов А.А. Об организующей роли линейной алгебры в курсе математики втуза /Ельцов А.А., Ельцова Г.А., Магазинников Л.И.// Известия Томского политехнического университета, 2005, т.308, №1, с. 227-229.

2. Елизаров В.П. О классах разрешимых колец /В.П. Елизаров // Матем. вопр. криптогр. – 2010. – 1:3. – С. 19-26.

КОМПЛЕКС ТЕСТОВ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ – I

Лазарева Е. Г., Устинова И. Г.

Томский государственный университет, Томск

Тест, как правило, означает испытание, направленное на установление количественных и качественных индивидуальных различий испытуемых. Однако назначение применяемых в обучении тестов шире: оно включает задачу стимулировать образовательную деятельность обучающихся и расширить их представления об изучаемом материале.

Для студентов, изучающих математический анализ, мы создали комплекс из 30 компьютерных тестов для 1 и 2 семестра обучения. В первом семестре каждому студенту было предложено 10 тестов, то есть более 60 тестовых заданий различных форм. Решать эти задания можно было как вне аудитории, так и в компьютерном классе в специально отведённое время.

Тесты создавались так, чтобы реализовать *обучающую и диагностическую* функции тестирования. Диагностическая функция, обеспечивающая связь "преподаватель-студент", позволяющая оперативно определять трудные для студентов идеи и методы теории и практики, достаточно хорошо изучена. Обучающая функция активно исследуется в настоящее время. Во всех заданиях первого семестра мы использовали *обучающие приёмы*. Выделим *типы обучающих заданий*, реализованные в нашем комплексе тестов (указан % от всех заданий, одно задание можно отнести к нескольким типам):

1) *задания на классификацию и соответствие* (стимулируют студента к сравнительному анализу понятий и результатов) – 17 %;

2) *задания, содержащие графические иллюстрации* (повышают уровень неформального восприятия материала) – 8 %;

3) *задания, содержащие теоретический материал* (важны для улучшения восприятия теории и понимания связей между теорией и практикой) – 59 %;

4) *задания, содержащие некоторую информацию о способе решения задачи* (дополняют практические занятия) – 14 %

5) *задания, содержащие модификаторы* (настроены на многократное выполнение обучающимся, имеют тренирующий эффект) – 33%.

Очевидна нехватка заданий, содержащих графические иллюстрации и информацию о способе решения. Работа над улучшением структуры и содержания обучающих тестов будет продолжена.

КОМПЛЕКС ТЕСТОВ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ – II

Пуяткина Е. Н., Лазарева Е. Г., Устинова И. Г.

Томский государственный университет, Томск

Результатом внедрения в педагогическую практику регулярного компьютерного тестирования для студентов, изучающих математический анализ, стало создание комплекса компьютерных тестов. Общее назначение этих тестов – стимулировать образовательную деятельность обучающихся и расширить их представления об изучаемом материале. Однако в тестовых заданиях второго семестра больше внимания уделялось отработке практических навыков, нежели усвоению теории. Считать все эти задания обучающими, в отличие от [1], не следует, лишь около 35% из них содержат обучающие приёмы, в соответствии с классификацией, введённой в [1]. Пример тестового задания с открытой формой ответа: «Найдите точную сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$ ». При добавлении к тексту задания пояснения, например: «Используйте разложение функции $\ln(1+x)$ в ряд Маклорена», это задание приобретает обучающую направленность (см. [1]).

Каждому студенту было предложено около 100 тестовых заданий различных форм (всего 20 тестов, из них по теме «Интегрирование» – 9, «Функции нескольких переменных» – 5, «Ряды» – 6). Решать эти задания можно было как вне аудитории (онлайн), так и в компьютерном классе в специально отведённое время. Благодаря регулярному тестированию мы получили возможность дополнительной связи со студентами и объективного выявления появляющихся в процессе обучения проблем. Для решения этих проблем мы использовали как практические занятия, консультации, так и время, когда проходило тестирование. Таким образом, предложенные студентам тесты удачно выполняли диагностическую функцию, а также функцию текущего контроля. Использование обучающих приёмов в тестовых заданиях позволяла студентам лучше разбираться в изучаемом материале. В целом работа с тестами хорошо дополняла практические и лекционные занятия. Мы считаем эту форму занятий актуальной, перспективной и стимулирующей познавательные возможности обучающихся.

Литература

1. Лазарева Е.Г., Устинова И.Г. Комплекс тестов по математическому анализу – I Томск. Всероссийская конференция по математике и механике, 2013г.

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В КОЛЛЕДЖЕ ВСГУТУ

Павлова Е. Б.

Восточно-Сибирский государственный университет технологий
и управления, Улан-Удэ

Нами проводилась опытно-экспериментальная работа со студентами технологического колледжа Восточно-Сибирского государственного университета технологий и управления, целью которой явилась апробация технологии развития исследовательской компетентности обучающихся. Опытно-экспериментальная работа проводилась в два этапа (констатирующий и формирующий) [1]. Целью констатирующего эксперимента было определение у студентов колледжа исходного уровня исследовательской компетентности. Общее число студентов, принявших участие в констатирующем эксперименте в течение в течение 2007-2008 гг., составляет 67 человек.

Уровень развития исследовательской компетентности у студентов колледжа экспериментальной и контрольной групп в основном был представлен низким и средним уровнем. Таким образом, констатирующий эксперимент показал, что исходный уровень развития исследовательской компетентности у студентов колледжа не соответствует тем требованиям, которые предъявляются к современному специалисту.

Формирующий этап эксперимента педагогического эксперимента заключался в преподавании математического курса в экспериментальной группе с учетом всех особенностей построенной в работе [2] модели развития исследовательской компетентности, в контрольной группе аналогичный по содержанию курс проводился без использования модели. Поскольку условия обучения в экспериментальной и контрольной группах были одинаковыми, то было сделано предположение, что если появятся существенные различия в когнитивной и процессуальной сферах студентов, то их можно будет считать результатом экспериментального исследования.

Литература

1. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типичные случаи). – М.: МЗ-Пресс, 2004.
2. Павлова Е.Б., Цыренова В.Б. Развитие исследовательской компетенции студентов непрерывной образовательной системе «колледж-вуз» / Е.Б. Павлова // Вестник Бурятского государственного университета. Педагогика: сб. науч. тр. – Улан-Удэ, 2012. – Вып. 1.1

МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ СТУДЕНТОВ В НЕПРЕРЫВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ «КОЛЛЕДЖ-ВУЗ»

Павлова Е. Б., Цыренова В. Б.

Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, Улан-Удэ

Бурятский государственный университет, Улан-Удэ

Авторами разработана модель развития исследовательской компетентности при обучении математике студентов колледжа в системе непрерывного образования «колледж-вуз». Модель представлена целевым, содержательным, организационным и диагностическим блоками.

Структурно-содержательная модель развития исследовательской компетентности студентов

| | | |
|---|--|--|
| Содержательный компонент: критерии исследовательской компетентности студентов | Целевой компонент: развитие исследовательских компетенций учащихся | Диагностический компонент: критерии и уровни развития исследовательской компетентности студентов |
| | Методологические основы функционирования модели: деятельностный, личностно-ориентированный, компетентностный подходы | |
| | Педагогические условия: учет сформированности исследовательской компетентности студентов колледжа, их возрастных и индивидуальных особенностей системный подход постоянное совершенствование педагогического мастерства осуществление субъектного взаимодействия преподавателя и студента применение средств дидактического обеспечения | |
| | Формы и методы организации исследовательской деятельности: учебная деятельность (лекции, семинары, конференции, коллоквиумы, спецкурсы) внеучебная деятельность (дополнительные занятия, факультативы, олимпиады) | |
| | Этапы реализации модели: организационный, подготовительный, формирующий | |
| | Уровни развития исследовательской компетентности: низкий, средний, высокий | |
| | Результативный блок: более высокий уровень сформированности исследовательской компетентности | |

Предложенная нами модель развития исследовательской компетентности студентов колледжа в настоящее время апробируется в учебном процессе технологического колледжа.

СОВРЕМЕННЫЕ ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИН МЕХАНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Томилин А. К.

Томский политехнический университет, Томск

В связи с переходом на уровневую систему подготовку инженерно-технических кадров возникает проблема оптимального сочетания фундаментальных и профессиональных знаний выпускников бакалавриата. В некоторых публикациях, связанных с этой проблемой встречаются крайне противоположные точки зрения [1].

Понятно, что учебные планы четырехлетнего срока обучения не могут вместить в полном объеме все дисциплины естественнонаучного и профессионального циклов. Поэтому необходимо различать два типа подготовки: бакалавриат и прикладной бакалавриат. Бакалавриат ориентирован преимущественно на фундаментальную подготовку, так как предполагает продолжение обучения в магистратуре и последующую инженерную деятельность. Прикладной бакалавриат ограничивается профессиональной подготовкой технологов определенного направления.

Дисциплины механического профиля в учебные планы бакалавриата должны входить в полном объеме. При этом Теоретическую механику следует выделять в отдельный курс, входящий в математический и естественнонаучный цикл. В отличие от прикладных разделов механики (Сопроотивление материалов, Теория механизмов и машин, Детали машин и др.) основная цель курса Теоретической механики заключается в формировании основ материалистического мировоззрения студентов.

В работе обсуждается содержание курса Теоретической механики, методика преподавания, организация самостоятельной работы, а также методы и средства оценивания знаний студентов при кредитной технологии обучения. Излагается опыт разработки и использования мультимедийных обучающих ресурсов.

Литература

1. Томилин А.К. Роль и место курса «Теоретическая механика» в подготовке современного инженера-механика // Инженерное образование. – 2012. – № 11. – С. 70–73.

О РАЗВИТИИ ГУМАНИТАРНОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ СРЕДСТВАМИ МАТЕМАТИКИ

Цыренова В. Б., Миронова Е. П.

Бурятский государственный университет, Улан-Удэ

В современных условиях особую актуальность приобретает проблема подготовки специалиста, имеющего потребность в непрерывном культурном развитии. Одним из путей решения данной проблемы может являться гуманитаризация образования, в частности математического. Задача гуманитаризации математического образования – это приближение математической деятельности к самому человеку, к естественным для него формам и существу деятельности. Приняв за основу значение владения математическими знаниями в развитии личности, можно решить задачу организации обучения студентов математике, способствующей развитию компонентов гуманитарной культуры. При создании такой модели обучения исходными могут быть взяты следующие концептуальные положения:

- математические знания создают новые возможности для воспитания и развития гуманитарной культуры;
- широкие возможности математики для творческой самореализации личности;
- изучение математики (формулировки определений и теорем, доказательства теорем) - фактор развития речи учащихся, важного компонента гуманитарной культуры
- в процессе изучения математических дисциплин у студентов формируются и развиваются представления о совокупности материальных и духовных ценностей человека и способах организации жизнедеятельности человека.

Математика, как и любая другая наука, является частью современной культуры. При этом очень важно выделить гуманитарный потенциал в содержании высшего математического образования.

Решение проблемы развития гуманитарной культуры в процессе обучения математике предполагает и необходимость использования прикладной направленности курса математики, историзма, объектов, процессов, явлений, отношений и ситуаций реальной действительности и соответствующих им математически формализуемых предметных моделей, содержательной и методологической связи курса математики с практикой, в том числе производством, техникой и т. д., а также межпредметных связей математики с другими учебными дисциплинами.

МОДЕЛЬНО-ПРИКЛАДНЫЕ УМЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Яновская Н. Б.

Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк

Модельно-прикладные умения позволяют строить модели в ситуации, аналогичной ранее изученной, и осуществляются в виде знаково-символической деятельности. Основные ее виды в процессе восприятия: моделирование, кодирование, схематизация и замещение. Первоначальный этап представляют два взаимосвязанных и взаимообусловленных процесса восприятия – моделирование и кодирование, что позволяет использовать информацию для дальнейшего изучения математического объекта. Схематизация, являясь следующим этапом процесса восприятия, представляет структурирование и выделение связей в полученной информации при поэтапном соотношении символического и реального. Для воспроизведения реальных объектов происходит замещение введенных символов, то есть декодирование.

Пример – введение понятия «материальная точка» как простейшей физической модели в механике и кодирование информации введением момента k -го порядка системы материальных точек $M_k = \sum_i m_i r_i^k$. При значениях $k = 0, 1, 2$ получаем реальное: при $k = 0$ – массу системы $\sum_i m_i = m$, при $k = 1$ – статический момент $\sum_i m_i r_i = S$, при $k = 2$ – момент инерции $\sum_i m_i r_i^2 = I$

Равномерное распределение массы по дуге приводит к вычислению криволинейного интеграла, по плоской фигуре – двойного интеграла, по пространственной фигуре – тройного интеграла. «Элемент дуги», «элемент площади», «элемент объема», «момент k -го порядка» приняты в качестве узловых (опорных) качеств объекта восприятия. Определение связи введенных (символических) понятий с реальными качествами позволяет установить устойчивое ядро содержания учебной информации, что обеспечивает теоретическое и практическое усвоение учебного материала [1].

Литература

1. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика: Учебное пособие / Под ред. Е. И. Смирнова. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2007. – 454 с.

**СЕКЦИЯ
“НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА”**

**ВЫЯВЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ ЧИСЛЕННОСТИ
ОКОЛОЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ, ПРИ КОТОРОМ
ВОЗМОЖНО ВОЗНИКНОВЕНИЕ КАСКАДНОГО
ЭФФЕКТА СТОЛКНОВЕНИЙ**

Александрова А. Г., Чувашов И. Н.

Томский государственный университет, Томск

На данный момент предполагается, что в околоземном пространстве находится несколько сотен тысяч объектов размером менее 10 см и ежегодный прирост составляет примерно тысячу фрагментов. Велика вероятность столкновения объектов космического мусора с действующими космическими аппаратами и между собой. Наиболее плотное скопление околоземных объектов, а вследствие этого большая вероятность столкновения, наблюдается в геостационарной и низкоорбитальной зонах. Однако совместное моделирование большого скопления низколетящих объектов для выявления опасных сближений и столкновений осложнено неполным знанием параметров объекта (геометрические размеры и масса) и вследствие этого влияние атмосферы на движение спутника описывается недостаточно точно. Кроме того, большая часть фрагментов, образовавшихся после столкновения, через достаточно короткое время сгорает в атмосфере. Другая ситуация наблюдается в геостационарной зоне, где не нужно учитывать влияние атмосферы и исключать объекты за счет сгорания в атмосфере. В этой работе мы разделили геостационарную зону на участки пространства, где столкновения могут происходить достаточно часто и, где возможность столкновения сведена к нулю. Это исследование позволит определить критическую численность околоземных объектов, при которой возможно возникновение каскадного эффекта столкновений.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 12-02-31064 мол_а.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РЕЗОНАНСНОГО ВОЗВРАТА К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СБЛИЖЕНИЙ И ВЕРОЯТНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЙ АСТЕРОИДОВ С ЗЕМЛЕЙ

Амосов М. С., Быкова Л. Е.

Томский государственный университет, Томск
НИИ Прикладной математики и механики ТГУ, Томск

Представлены результаты применения приближенной аналитической теории резонансного возврата к исследованию движения ряда потенциально опасных астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ). Теория разработана G.B. Valsecchi, A. Milani и др. [1] на основе базовой теории тесных сближений, созданной в середине 50-х годов XX века Эпиком [2]. Теория позволяет прогнозировать очередное сближение астероида с Землей, в том числе, возможное столкновение по известным параметрам предыдущего сближения при наличии орбитального резонанса между астероидом и Землей. Данная теория реализована нами в виде программного комплекса на языке программирования Delphi7. Получены численные оценки параметров сближений и вероятностей столкновения исследуемых АСЗ с Землей. Проведено сравнение оценок, полученных по алгоритму теории резонансного возврата, с результатами численного интегрирования уравнений движения АСЗ. Численное интегрирование уравнений движения осуществлялось на кластере «СКИФ Cyberia» ТГУ с использованием программных средств, созданных в отделе астрометрии и небесной механики НИИ ПММ ТГУ[3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 11-02-00918-а).

Литература

1. Valsecchi G.B., Milani, A., Gronchi, G.-F., Chesley, S.R. Resonant returns to close approaches: analytical theory // *Astron. Astrophys.* – 2003. – Vol. 408. – Pp. 1179–1196.
2. Црик, Е. J. Collision probabilities with the planets and distribution of interplanetary matter // *Proc. R. Irish Acad.* – 1951. – V. 54. – P. 165.
3. Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю. Алгоритмическое и программное обеспечение решения задач динамики астероидов, сближающихся с Землей, в среде параллельного программирования // *Изв. вузов. Физика.* – 2009. – Т. 52. № 10/2. – С. 12–19.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОГРАММЫ «ВЕКТОР-М» ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРОСТРАНСТВЕННОГО И МАГНИТНОГО СОПРЯЖЕНИЯ МЕЖДУ НАПРАВЛЕНИЯМИ НАБЛЮДЕНИЙ ПРИБОРА «АВРОВИЗОР-ВИС/МП» С ОРБИТЫ ПЕРСПЕКТИВНОГО КА «МЕТЕОР-МП» И КОНКРЕТНЫМИ ТОЧКАМИ НА ВЫСОТЕ СВЕЧЕНИЯ И ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

¹Баньшикова М. А., ²Козелов Б. В., ³Крученицкий Г. М.,

⁴Кузьмин А. К., ⁴Мёрзлый А. М., ³Потанин Ю. Н., ¹Чувашов И. Н.

¹НИИ прикладной математики и механики

Томского государственного университета, Томск

²Центральная аэрологическая обсерватория Росгидромет, Долгопрудный

³Полярный Геофизический Институт КФ РАН

⁴Институт космических исследований РАН, Москва

Широкоугольный авроральный имаджер «Авровизор-ВИС/МП» на орбите перспективного КА «Метеор-МП» направлен нормально к Земле. В его поле зрения всегда попадает проекция магнитной силовой линии, на которой находится спутник, как на высоту наблюдаемого свечения, так и на поверхность Земли. Для решения целевых задач при планировании и управлении экспериментом, а также для проведения интеркалибровок прибора с наземными фотометрическими приборами (в ситуациях пересечения конусов полей зрения каналов прибора и полей зрения наземных all-sky камер на конкретных высотах наблюдаемого свечения) необходимо заблаговременное знание интервалов времени экспонирования изображений с учетом возможных сопряжений векторов наблюдений прибора на орбитах, проходящих над конкретными точками на Земле. Анализируются результаты расчета прогноза (на конкретный период) пространственного (геометрического) сопряжения и сопряжения с проекцией по магнитной силовой линии множества векторов наблюдений имаджера (в рамках угла поля зрения) на всех суточных орбитах, проходящих над (в окрестностях) конкретными наземными станциями. Расчеты проводились с помощью диалоговой программы «Вектор-М» на основе прогнозных начальных условий орбиты КА Метеор-МП. Оценивается частота (в сутки) попадания заданных точек в поле зрения и точность сопряжений с учетом прогнозируемой точности знания углов текущей ориентации строительных осей КА, анализируются методические преимущества и возможности эксперимента при использовании программы «Вектор-М».

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГРАНИЧНЫХ ТОЧЕК ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ОБЛАСТЕЙ В ЗАДАЧЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ АСТЕРОИДОВ

Бараников Е. А., Сюсина О. М., Черницов А. М., Тамаров В. А.

Томский государственный университет, Томск

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск

Представлены результаты анализа методов определения граничных точек доверительной области, как в линейной, так и нелинейной постановке. Особое внимание уделено второму более сложному случаю, когда области имеют заметно не эллипсоидальную форму. Такие задачи возникают, как при определении показателей точности моделей движения и показателей нелинейности задачи исследования орбитальной динамики малых тел, так и при построении непосредственно областей возможных движений этих объектов в виде доверительных областей, задаваемых граничными поверхностями [1–7]. Для нахождения точек, в направлении на которые нелинейность была большой, нами исследовались численные итерационные методы Ньютона, продолжения по параметру, а также прямые методы поиска: методы половинного деления и золотого сечения. Сравнение выполнено на примере решения модельных и реальных задач. Делаются выводы о наиболее эффективных комбинированных способах.

Работа выполнена по заданию № 2.4024.2011 Министерства образования и науки Российской Федерации.

Литература

1. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. // Изв. вузов. Физика. – 2009. – Т. 52, № 10/2. – С. 48–55.
2. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. // Изв. вузов. Физика. – 2010. – Т. 53, № 8/2. – С. 77–83.
3. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. // Изв. вузов. Физика. – 2011. – Т. 53, № 6/2. – С. 63–70.
4. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. // Вест. СибГАУ. – 2011. – С. 63–70.
5. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. // Астрон. Вестник. – 2012. – Т. 46. №3. – С. 209–222.
6. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. // Изв. вузов. Физика. – 2012. – Т. 55, № 10/2. – С. 27–33.
7. Сюсина О.М., Самбаров Г.Е., Черницов А.М. и др. // Изв. вузов. Физика. – 2012. – Т. 55, № 10/2. – С. 50–59.

УЛУЧШЕНИЕ ОРБИТ АСТЕРОИДОВ ПРИ СОВМЕСТНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИХ УГЛОВЫХ И РАДАРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Батурин А. П.

Томский государственный университет, Томск

Рассмотрена задача улучшения орбит астероидов по данным их угловых и радарных наблюдений. В качестве радарных наблюдений использованы измерения временных задержек сигнала, распространяющегося от излучателя до астероида и обратно до приемника, а также измерения доплеровских сдвигов частоты принимаемого сигнала. Формулы для вычисления данных величин получены автором самостоятельно [1], кроме того, они приведены с рядом опечаток в работе [2]. Как известно, особенностью выполняемых в настоящее время радарных наблюдений является их значительно более высокая точность по сравнению с угловыми, что, соответственно, требует более высокоточного алгоритма их редукции. В работе было выполнено улучшение орбит ряда астероидов совместно по угловым и радарным наблюдениям и получен ряд уточнений алгоритма редукции вычисляемых значений радарных наблюдений [3–5].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 12-02-00220-а.

Литература

1. Батурин А.П. Улучшение орбит астероидов с использованием радарных наблюдений // Изв. Вузов. Физика. – 2012. – №10/2. – С. 77-81.
2. Yeomans D.K. et al. // The Astronomical Journal. – 1992. – Vol.103, № 1. – Pp.303-317.
3. <http://www.minorplanetcenter.net/iau/ECS/MPCAT-OBS/MPCAT-OBS.html>
4. <http://iausofa.org>
5. <ftp://ftp.aoc.nrao.edu>

УСТРАНЕНИЕ РАЗРЫВОВ КООРДИНАТ БОЛЬШИХ ПЛАНЕТ И ЛУНЫ, А ТАКЖЕ ИХ ПРОИЗВОДНЫХ, ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ АСТЕРОИДОВ

Батурин А. П., Вотчель И. А.

Томский государственный университет, Томск

Рассмотрена задача прогнозирования движения астероидов с использованием при учете возмущений последних эфемерид больших планет и Луны DE430, выпущенных Лабораторией реактивного движения (JPL). В данных эфемеридах приведены коэффициенты при полиномах Чебышева, позволяющие вычислять координаты указанных объектов на коротких интервалах интерполирования, причем на границах этих интервалов сохраняется непрерывность (с точностью до 15-16 десятичных знаков) лишь самих координат и их первых производных, а производные более высокого порядка терпят разрывы. Очевидно, что при расчетах с расширенной 34-значной десятичной разрядностью координаты и их первые производные также терпят разрывы. С целью устранения разрывов было проведено сглаживание эфемерид DE430, сохраняющее непрерывность координат и их производных. С помощью прогнозирования движения ряда астероидов показано, что при использовании сглаженных эфемерид точность прогнозирования может быть повышена на несколько порядков [1–3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 12-02-00220-а.

Литература

1. <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets>
2. Батурин А.П. Прогнозирование движения астероидов с использованием сглаженных эфемерид DE405, DE406, DE408, DE421, DE423 и DE722 // Изв. Вузов. Физика. – 2011. – №6/2. – С. 93-102.
3. Демьянов В.Ф., Малоземов В.Н. Введение в минимакс. – М.: Наука, 1972. – 368 с.

АЛЬФА ВЕРСИЯ SOLARSUIT – СИСТЕМЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ В ЛЮБИТЕЛЬСКИХ И НАУЧНЫХ ОБЛАСТЯХ АСТРОНОМИИ

Белей Д. А., Галушина Т. Ю.

Томский государственный университет, Томск

Научно исследовательский институт прикладной математики и механики

Томского государственного университета, Томск

Изучение движения объектов Солнечной системы является неотъемлемой частью развития современной астрономии. На данный момент разработаны методы прогнозирования движения астероидов, ИСЗ и других объектов Солнечной системы с достаточной большой точностью, кроме того созданы универсальные программные комплексы, позволяющие решать подобные задачи. Однако, для визуальной оценки динамики таких объектов, их вероятностных областей сегодня, по большей части, используются лишь различные графики и узкопрофильные программы, изменение параметров и набора данных которых требует знания и изменения исходного кода программы.

В данной работе описывается созданная нами прикладная программная система для визуализации вероятностной орбитальной эволюции малых тел Солнечной системы SolarSuit, которая позволяет просматривать движение планет, выбранного объекта и эволюцию его доверительной области в трехмерном пространстве. При этом возможен переход на заданную дату, замедление или ускорение времени, изменение масштаба и точки наблюдения. Предусмотрено три режима добавления объектов в систему – по задаче двух тел, на основе пользовательского файла и из фондов координат больших планет.

С учётом расширения системы предусмотрены дополнительные функции, а для внедрения и распространения системы создан и размещён сайт с информацией о программе на доменах Solarsuit.ru и Solarsuit.net. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 12-02-31255 мол_a и Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (Соглашение № 8343).

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ОКОЛОЗЕМНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ИСКУССТВЕННОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

Бордовицына Т. В.

НИИ прикладной математики и механики

Томского государственного университета, Томск

По данным службы контроля космического пространства NASA (<http://www.nasa.gov>) в настоящее время в околоземном космическом пространстве находится около 16 тысяч объектов размером более 10 см., из них не более четырех тысяч – космические аппараты, причем только 6% из них функционирующие, а все остальное – космический мусор. В целом предполагается, что в космосе на сегодня находится несколько сотен тысяч (600000-700000) объектов размером менее 10 см и ежегодный прирост составляет 600-700 фрагментов. Вся это совокупность объектов движется по законам небесной механики и представляет собой очень интересную динамическую систему, описанию особенностей эволюции которой посвящен настоящий доклад.

Главное внимание в докладе уделено различного типа резонансным явлениям в динамике околоземных объектов, в том числе распределению зон влияния различных резонансов в околоземном пространстве. Показано, что наложение резонансов приводит к возникновению хаотичности в движении объектов. Детально рассмотрена долговременная орбитальная эволюция отработавших объектов радионавигационных спутниковых систем ГЛОНАСС, GPS, BEIDOU IGSO, подверженных влиянию различного типа вековых резонансов. Показано, что эти особенности движения объектов могут быть использованы при разработке схем их утилизации.

Работа выполнена по заданию № 2.4024.2011 Министерства образования и науки Российской Федерации.

ВЫЯВЛЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЕ ВЕКОВЫХ РЕЗОНАНСОВ НА ДОЛГОВРЕМЕННУЮ ОРБИТАЛЬНУЮ ЭВОЛЮЦИЮ ОКОЛОЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ

Бордовицына Т. В., Томилова И. В.

Томский государственный университет, Томск

Научно исследовательский институт прикладной математики и механики

Томского государственного университета, Томск

Представлены результаты анализа распределения вековых резонансов низких порядков в околоземном орбитальном пространстве. Рассмотрено 28 типов резонансных соотношений. Эти соотношения включают резонансы вековых частот спутникового движения со средними движениями Луны и Солнца, а также с вековыми частотами в движении Луны и Солнца. Построены карты распределения этих резонансов в околоземном орбитальном пространстве. Выявлены области орбитального пространства, где имеют место наложения нескольких резонансов, а также наложения вековых и тессерального резонансов. Показано, что наличие вековых резонансов в движении околоземных объектов приводит к возрастанию и долгопериодическим изменениям эксцентриситетов их орбит, а наложение резонансов к возникновению динамической хаотичности в орбитальной эволюции объектов.

Для выявления резонансов использовалась аналитическая методика, предложенная нами в [1], а для исследования долговременной орбитальной эволюции объектов применялась «Численная модель движения систем ИСЗ» [2], реализованная на кластере «Скиф Cyberia»,

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 11-02-00918-а

Литература

1. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. // Астрон. Вестник. – 2012. – Т. 46, № 5. – С. 356–368.
2. Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А., Чувашов И.Н. и др. // Изв. вузов. Физика. – 2009. – Т. 53. – № 12/2. – С. 5-11.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ АСЗ ВБЛИЗИ НЕКОТОРЫХ РЕЗОНАНСОВ С ЗЕМЛЕЙ

Быкова Л. Е., Ниганова Е. Н.

НИИ прикладной математики и механики
Томского государственного университета, Томск

Рассматривается проблема возникновения динамического хаоса в окрестности границ орбитальных резонансов АСЗ (астероидов, сближающихся с Землей) с планетами.

В работе представлены результаты построения и исследования резонансных областей для ряда АСЗ, находящихся в окрестности некоторых резонансов с Землей. Исследованы окрестности построенных резонансных областей с помощью индикатора хаотичности – параметра MEGNO [1]. Построены хаотические зоны в окрестности границ этих областей и получены численные оценки ширины этих зон. Показано влияние начальных параметров орбит: эксцентриситета, наклона и положения тела на орбите на амплитуду, период либраций астероидов [2], а также на ширину хаотического слоя. Численное моделирование орбитальной эволюции АСЗ в окрестности исследуемых резонансов проводилось на интервалах времени порядка нескольких тысяч лет. В модель сил были включены возмущения от больших планет, Плутона, Луны и трех астероидов (Цереры, Паллады и Весты). Все расчёты численного моделирования проводились с помощью многопроцессорной вычислительной системы СКИФ СУБЕРИЯ ТГУ.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 12-02-31255 мол_a.

Литература

1. Cincotta P.M., Giordano C.M., Simob C. Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // *Physica D.* – 2003. – V. 182. – Pp. 151–178.

2. Быкова Л.Е., Ниганова Е.Н. Численное моделирование резонансных областей астероидов, сближающихся с Землей и движущихся в окрестности соизмеримостей $2/1$, $3/1$ и $7/3$ с Юпитером // *Изв. вузов. Физика.* – 2009. – Т. 52, № 10/2. – С. 30–38.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ АСТЕРОИДА 2012 DA14

Галушина Т. Ю., Скрипниченко П. В.

Научно исследовательский институт прикладной математики и механики
Томского государственного университета, Томск
Уральский федеральный университет, Екатеринбург

Астероид 2012 DA14 регулярно испытывает тесные сближения с Землей, одно из которых произошло 15 февраля этого года. Данное сближение существенно изменило орбиту астероида – он перешел из группы Аполлона в группу Атона. Благодаря небольшому расстоянию до Земли объект наблюдался на многих обсерваториях мира, что позволило существенно увеличить интервал и число наблюдений. Однако, к сожалению, большинство наблюдений, выполненных в ночь тесного сближения, характеризуются плохой точностью, что существенно осложняет улучшение орбиты астероида.

В данной работе исследована вероятностная орбитальная эволюция астероида 2012 DA14 на ближайшие сто лет. В модель сил включено влияние больших планет, Плутона, Луны, светового давления, сжатия Земли и релятивистских эффектов от Солнца. Выявлены все сближения с Землей, для каждого сближения оценена вероятность столкновения. Для оценки вероятности столкновения использовались как линейные, так и нелинейные методы. Результаты исследования показали, что вероятность столкновения в ближайшем будущем не превышает 10^{-5} .

Отдельное внимание в работе уделено исследованию хаотичности движения. С помощью параметра MEGNO было обнаружено, что время предсказуемости составляет порядка 40 лет, после чего доверительная область увеличивается экспоненциально и к концу интервала исследования занимает собой всю орбиту.

Работа выполнена по гранту РФФИ № 11-02-00918-а и при частичной финансовой поддержке Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2012 годы» (государственный контракт № 16.518.11.7074).

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАСПОЛОЖЕНИЯ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВ НА ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ НАЗЕМНЫХ ПУНКТОВ

Кинзерский В. В., Батурич А. П.

Томский государственный университет, Томск

Рассмотрена задача определения координат наземных пунктов с помощью спутниковых навигационных систем. С помощью решения модельных задач проведено исследование влияния различного расположения навигационных спутников на точность определения координат пунктов на земной поверхности. При моделировании варьировались такие параметры как число спутников, их расположение друг относительно друга на небесной сфере и относительно наблюдателя, а также варианты расположения спутников вдоль некоторых простых геометрических фигур. В результате исследования получена зависимость точности определения координат пунктов от таких факторов как число наблюдаемых спутников, их высота над горизонтом, преломление сигнала в атмосфере и синхронизация спутниковых часов.

Работа выполнена по заданию № 2.4024.2011 Министерства образования и науки Российской Федерации.

Литература

1. Антонович К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. В 2 т. Т. 2. М.: ФГУП «Картгеоцентр», 2006. – 360 с.
2. Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений. М.: Радио и связь, 1983. – 304 с.
3. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. – 279 с.

ИНДИКАТОРЫ ХАОТИЧНОСТИ ОРБИТ: ПРИМЕНЕНИЕ К ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

Коксин А. М., Шефер В. А.

Томский государственный университет, Томск

Выполнено сравнение ряда известных быстрых индикаторов хаоса, основанных на численном интегрировании дифференциальных уравнений в вариациях [1–5]. Индикаторы сравнивались по их способности разделить хаотические и регулярные орбиты, описать уровни хаотичности и регулярности движения, идентифицировать периодические и сцепляющиеся орбиты. Исследовались такие важные характеристики индикаторов, как надежность пороговых значений, позволяющих отделить хаотические орбиты от регулярных, зависимость от начальных условий, скорость сходимости и другие. Сравнение выполнено на примерах изучения динамики в плоской круговой ограниченной задаче трех тел. Применительно к данной динамической системе делаются выводы о наиболее эффективных индикаторах.

Работа выполнена по заданию № 2.4024.2011 Министерства образования и науки Российской Федерации.

Литература

1. Froeschlй C. et al. // *Celest. Mech. Dyn. Astr.* – 1997. – V. 67. – P. 41–62.
2. Cincotta P.M., Simo C. // *Astron. Astrophys. Sup.* – 2000. – V. 147. – P. 205–228.
3. Skokos Ch. // *J. Phys. A.* – 2001. – V. 34. – P. 10029–10043.
4. Fouchard M. et al. // *Celest. Mech. Dyn. Astr.* – 2002. – V. 83. – P. 205–222.
5. Lukes-Gerakopoulos G. et al. // *Physica A.* – 2008. – V. 387. – P. 1907–1925.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЕКОВЫХ РЕЗОНАНСОВ ЛИДОВА–КОЗАИ НА ЭВОЛЮЦИЮ ОРБИТ ОКОЛОЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ

Курочкин К. В., Минибаев Р. Р., Томилова И. В.

Томский государственный университет, Томск

В настоящей работе представлена карта распределения вековых резонансов типа Лидова–Козаи в околоземном орбитальном пространстве и приведены результаты исследования влияния этих резонансов на орбитальную эволюцию околоземных объектов.

Для получения представленных результатов был проведен следующий численно-аналитический эксперимент

- выявление вековых резонансов аналитическим способом [1];
- численное моделирование с помощью программного комплекса [2] долговременной орбитальной эволюции объектов, имеющих острый резонанс Лидова–Козаи.

Будем считать, что спутник подвержен влиянию сжатия Земли, описываемого второй зональной гармоникой геопотенциала, а также притяжению Луны и Солнца, которые рассматриваются как материальные точки, движущиеся по эллипсам. В этом случае резонанс Лидова–Козаи будет иметь место, если

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}_J + \dot{\omega}_L + \dot{\omega}_S \approx 0$$

Исследования показали, что в случае острого резонанса наблюдается существенное возрастание эксцентриситета орбиты объекта, как, например, на приведенном ниже рисунке. Здесь большая полуось $a = 42000$ км, наклонение $i = 65^\circ$ и $\dot{\omega} = -1.9867 \cdot 10^{-9}$.

Работа выполнена по заданию № 2.4024.2011 Министерства образования и науки Российской Федерации.

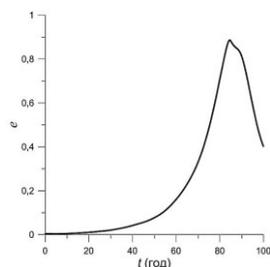


Рис. Эволюция эксцентриситета

Литература

1. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. // Астрон. Вестник.– 2012, Т. 46, № 5.– С. 356–368.
2. Бордовицына Т.В., Батурин А.П., Авдюшев В.А. и др. // Изв. вузов. Физика. – 2007. – № 12/2. – С. 60–65.

НОВЫЙ ВЗГЛЯД НА НЕРЕШЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ, СВЯЗАННЫЕ С ТУНГУССКИМ МЕТЕОРИТОМ

Лойченко Е. С., Эпиктетова Л. Е., Бордовицына Т. В.

Томский государственный университет, Томск

За более чем столетнюю историю изучения Тунгусского метеорита (ТМ) не удалось найти удовлетворительного решения для некоторых проблем, в том числе проблемы так называемых светлых ночей, наблюдавшихся на большой территории от Сибири до атлантического побережья Европы. Это явление объясняли рассеянием солнечного света космической пылью в высоких слоях атмосферы, для самого южного пункта наблюдения – Ташкента – выше 700 км [1–3]. Для объяснения появления космической пыли на таких высотах привлекалась гипотеза кометной природы ТМ. Однако территория наблюдения светлых ночей в широтном направлении значительно выходит за границу пылевой тени от кометного хвоста, причем это Западная Европа, где явление светлых ночей было наиболее сильным. Необъясненным осталось и быстрое распространение этого явления на огромную территорию [2].

В настоящей работе представлена попытка объяснения с точки зрения динамики космического полета некоторых, не нашедших до сих пор объяснение явлений, последовавших по времени после падения Тунгусского метеорита. По наблюдениям очевидцев [4] сделано предположение о предшествовавших падению метеорита взрывах космического объекта на высотах 1400 км и 225 км. Показано, что явления аномально ярких сумерек, светлых ночей и быстрое распространение этих явлений на всю Европу, может быть объяснено распределением фрагментов взорвавшегося объекта и пыли вдоль трасс образовавшихся фрагментов.

Работа выполнена по заданию № 2.4024.2011 Министерства образования и науки Российской Федерации.

Литература

1. Фесенков В.Г. // *Астрономический журнал*. – 1961. – Т. 38, № 4. – С. 577–592.
2. Зоткин И.Т. // *Метеоритика*. – 1961. – Вып. 20. – С.40–53.
3. Васильев Н.В., Фаст Н.П. *Границы зон оптических аномалий лета 1908 года. Вопросы метеоритики*. – Томск. Изд-во Том. ун-та. 1976. – С. 112–131.
4. Эпиктетова Л.Е. // Тез. док. конф. «100 лет Тунгусскому феномену». – М.: Изд-во РАН. – 2008. – С. 77–79.

СПОСОБ ОЦЕНКИ МОДЕЛЕЙ ДВИЖЕНИЯ АСТЕРОИДОВ В ЗАДАЧЕ ПОСТРОЕНИЯ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ОБЛАСТЕЙ

Самбаров Г. Е., Сюсина О. М., Черницов А. М., Тамаров В. А.

Томский государственный университет, Томск

Научно исследовательский институт прикладной математики и механики
Томского государственного университета, Томск

Представлено полное алгоритмическое описание способа выбора модели возмущающих ускорений при построении областей возможных движений малых тел Солнечной системы, который был предложен авторами в работах [1, 2]. Выбор модели, в отличие от традиционно применяемых способов, тесно связывается с размерами доверительных областей и смещениями НК-оценок номинальных орбит, определяемых для разных (альтернативных) моделей движения исследуемого объекта. Рассмотрены варианты выбора лучшей модели, как в линейной, так и нелинейной постановке. Оценивание нелинейности осуществляется по показателям, которые приведены в работах [3, 4]. Для выявления влияния возмущающих ускорений на точность построения доверительных областей использовался аналогичный показатель, имеющий геометрически ясный и простой вид. Эффективность рассматриваемого способа показана для ряда астероидов, в том числе сближающихся с Землей.

Работа выполнена по заданию № 2.4024.2011 Министерства образования и науки Российской Федерации.

Литература

1. Сюсина О.М., Самбаров Г.Е., Черницов А.М. и др. // Изв. вузов. Физика.– 2012. – Т. 55, № 10/2. – С. 50–59.
2. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. и др. // Изв. вузов. Физика (в печати).
3. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. // Астрон. Вестник.– 2012. – Т. 46, № 5. – С. 209–222.
4. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. // Изв. вузов. Физика.– 2012. – Т. 55, № 10/2. – С. 27–33.

АПРОБАЦИЯ МЕТОДИКИ ОТБРАКОВКИ ПОЛОЖЕНИЙ АСТЕРОИДОВ НА ОСНОВЕ НАБЛЮДЕНИЙ, ПРОВЕДЕННЫХ В АО УрФУ

Скрипниченко П. В., Галушина Т. Ю.

Уральский федеральный университет, Екатеринбург

Научно исследовательский институт прикладной математики и механики
Томского государственного университета, Томск

При выполнении позиционных наблюдений астероидов большое значение имеет оценка их точности и, в частности, отбраковка недостаточно точных наблюдений. Поэтому становится очень актуальным вопрос о критериях отбраковки. Традиционно для оценки точности наблюдений используется разность наблюденных и вычисленных координат (О-С). Однако недопустимо большие значения (О-С) могут быть обусловлены как ошибками наблюдений, так и вычисленных положений, поэтому нельзя отбраковывать наблюдения астероидов с плохо определенной орбитой, основываясь только на этом критерии.

В данной работе предлагается методика отбраковки наблюдений, основанная на улучшении орбит. На первом шаге производится представление полученных наблюдений, отбрасываются положения, значения (О-С) которых существенно больше остальных. На втором шаге осуществляется улучшение орбиты с учетом оставшихся наблюдений. На третьем шаге производится отбраковка наблюдений по правилу три сигма. Не отбракованные наблюдения считаются достаточно точными.

Предложенная методика была апробирована на ряде астероидов, наблюдавшихся в одном появлении, в том числе на астероидах, наблюдавшихся только телескопом WISE и АО УрФУ. Апробация показала, что использование данной методики позволяет более объективно оценить точность наблюдений.

Работа выполнена по заданию № 2.4024.2011 Министерства образования и науки Российской Федерации и при частичной финансовой поддержке Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2012 годы» (государственный контракт № 16.518.11.7074).

СЕКЦИЯ
“ТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА СПУТНИКОВЫХ
ИЗОБРАЖЕНИЙ”

МОДЕЛЬ ТЕКСТУРЫ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЛАЧНОСТИ
ПО СПУТНИКОВЫМ ДАННЫМ

^{1,2}Астафуров В. Г., ¹Евсюткин Т. В.,

²Курьянович К. В., ¹Скороходов А. В.

¹Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН, Томск

²Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Облачность является основным фактором, который определяет среднее альbedo планеты и тем самым влияет на процессы образования погоды и изменения климата. Облачные образования сильно разнятся по своей морфологической структуре и составу, а оперативные и полные данные дистанционного зондирования необходимы для многих областей современной деятельности. При описании облачности по данным систем космического базирования применяются два основных подхода – спектральный и текстурный. Первый не позволяет характеризовать облачность как единую и целостную структуру в отличие от текстурных методов. Современное состояние проблемы анализа текстур характеризуется многообразием предложенных методов их описания. Каждый метод оперирует своим множеством текстурных признаков, но не каждый из них является информативным с точки зрения распознавания конкретного объекта.

Формирование наборов эталонных изображений облачности осуществляется путем сопоставления архивных данных наземных метеостанций со спутниковой съемкой MODIS видимого спектрального диапазона спектра с пространственным разрешением 250 м и 500 м. При описании текстур изображений применяются методы Gray-Level Co-occurrences Matrix, Gray-Level Difference Vector и Sum and Difference Histograms. Сформированы наборы информативных текстурных признаков для различных типов облачности. С помощью критерия согласия Колмогорова-Смирнова подобраны законы распределений, которыми описываются флуктуации текстурных признаков различных типов облачности. Найдены оценки параметров этих распределений. В докладе представлена статистическая модель текстуры изображений, построенная на основе 41-го распределения, для 16 типов однослойной облачности и облаков вертикального развития.

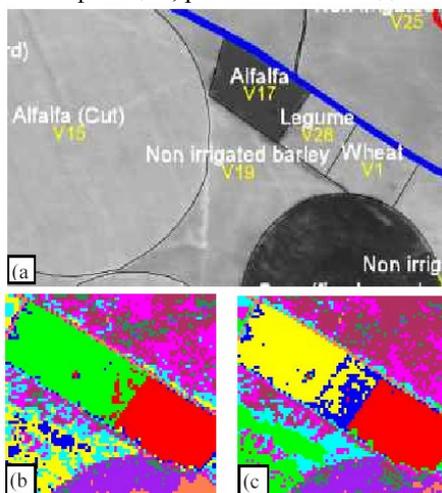
РОЛЬ АТМОСФЕРНОЙ КОРРЕКЦИИ В РЕШЕНИИ ТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

¹Афонин С. В., ^{1,2}Белов В. В.

¹Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, Томск

²Томский государственный университет, Томск

В работе выполнен обзор научной литературы по проблеме влияния атмосферной коррекции на точность решения различных тематических задач, связанных с дистанционным аэрокосмическим зондированием земной поверхности, включая повышение визуального качества и контрастности снимков, решение задач улучшения точности классификации, распознавания и детектирования объектов.



Приведем один из таких примеров. Карта (рис. 1a) землепользования вблизи тестового полигона Барракс (Испания) указывает на наличие трех различных культур: люцерна, бобовые и пшеница. На рис. 1c приведена карта, полученная с помощью программы ATCOR на основе данных прибора HYMAP о коэффициентах отражения для этого участка. Данные говорят о том, что идентификация трех видов посевов проведена правильно. На карте, полученной из

измеренной интенсивности, некорректированных значений идентифицировано только два вида культур, а посевов бобовых на том же участке не обнаружено (рис. 1b). Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что атмосферная коррекция способна улучшить разделение классов и повысить точность детектирования объектов.

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СПУТНИКОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ МОНИТОРИНГА РАСТИТЕЛЬНОГО ПОКРОВА РОССИИ

Барталев С. А., Лупян Е. А.

Институт космических исследований РАН (ИКИ РАН), Москва

В докладе дается обзор исследований и разработок ИКИ РАН по развитию методов обработки спутниковых данных для решения задач мониторинга растительного покрова, сфокусированных, прежде всего, на следующих направлениях:

- разработка методов предварительной обработки спутниковых данных для повышения достоверности результатов их последующего тематического анализа;
- разработка адаптивных методов автоматического распознавания типов земной поверхности по спутниковым данным для картографирования растительного покрова и выявления изменений в наземных экосистемах, вызванных различными деструктивными воздействиями природного и антропогенного характера;
- создание на основе разработанных методов обработки спутниковых данных тематических продуктов, отражающих состояние и динамику растительного покрова.

К отличительным чертам исследований и разработок можно отнести следующие, во многом взаимосвязанные, особенности:

- высокий уровень автоматизации методов обработки спутниковых данных, предполагающих минимальное участие человека;
- адаптивность алгоритмов обработки данных для их использования без дополнительной настройки параметров в широком диапазоне условий;
- возможность использования методов (в частности, как следствие вышеуказанных особенностей) на больших территориях, в том числе, национального и глобального охвата;
- использование временных рядов данных спутниковых наблюдений и комплексирование данных различного пространственного разрешения (от десятков метров до километров).

Литература

1. Барталев С.А., Лупян Е.А. Исследования и разработки ИКИ РАН по развитию методов спутникового мониторинга растительного покрова // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2013. – Т.10, № 1. – С. 197–214.

ОБНАРУЖЕНИЕ ЛАНДШАФТНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ ПО ДАННЫМ ДЗЗ

Борзов С. М., Потатуркин О. И.

Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Разработан метод обнаружения (по данным ДЗЗ высокого разрешения) незначительных пространственных изменений на поверхности Земли, вызванных антропогенным воздействием. Метод основан на попиксельном формировании разностных кадров за счет поблочного (с билинейной интерполяцией) согласования яркости разновременных изображений и формирования разностных кадров на основе диаграмм изменения яркости [1]. В результате обработки разновременных изображений происходит выделение пикселей с нетипичным (для каждой пары изображений) изменением поканальной яркости. При этом удается избежать характерных недостатков разностных методов, связанных с необходимостью экспериментального подбора пороговых значений

Эффективность разработанного метода продемонстрирована на примере обнаружения выборочных рубок Караканского бора (Новосибирская обл.) по данным спутника SPOT 2008 г., 2011 г. и 2012 г.. Суммарная площадь обнаруженных вырубок за 2008-2011гг составляет 15 км², за 2011-2012гг - 4,3 км².

Показано, что предложенные процедуры обработки разновременных спутниковых изображений позволяют обнаруживать даже незначительные изменения, вызванные антропогенной деятельностью человека. Использование, наряду с блочным согласованием изображений, механизма формирования разностного кадра на основе оценки согласованности поведения однотипных отсчетов обеспечивает более высокую достоверность результатов обнаружения в условиях наличия атмосферных искажений.

Литература

1. Bromiley P., Thacker N., and Courtney P., Non-parametric image subtraction using grey level scattergrams // Image and Vision Computing. – 2002. – Vol. 20, No. 9-10. – Pp. 609–617.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ РАДИОЯРКОСТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОЧВЕННЫХ И ВОДНЫХ ПОКРОВОВ СПУТНИКОВЫМ РАДИОМЕТРОМ SMOS/MIRAS

Дагуров П.Н., Дмитриев А.В.

Институт физического материаловедения СО РАН, Улан-Удэ

Аппарат SMOS Европейского космического агентства с микроволновым радиометром MIRAS работает в полосе частот 1400 – 1427 МГц и выполняет миссию глобального определения влажности почвы и солёности океана. Алгоритмы определения влажности базируются на измерениях радиояркостной температуры.

В работе приведены некоторые результаты измерения радиояркостной температуры аппаратом SMOS на различных территориях в зависимости от угла обзора (падения) при различных поляризациях. В [1] были представлены результаты по некоторым местностям Бурятии. В развитие этих исследований в работе рассматриваются зависимости для других территорий, включая разнообразные почвенные покровы и различные водоёмы. Проведен анализ соответствия полученных аппаратом SMOS результатов расчётным оценкам. Обсуждается необходимость статистического подхода[2].

Для получения космических снимков использовалась архив на портале ESA. Снимки загружались с помощью программного продукта EOLI-SA. Визуализация снимков осуществлялась с помощью программного инструмента BEAM (VISAT). Оба продукта разработаны для ESA и находятся в свободном доступе.

Работа выполнена при частичной поддержке грантом РФФИ № 12-05-980622-р_сибирь_a.

Литература

1. Дагуров П.Н., Дмитриев А.В., Базаров А.В., Раднаева С.Б. Результаты измерений радиояркостной температуры на территории Бурятии космическим радиометром SMOS // Вестник СибГАУ. – 2013. – Вып. 5(51). – С. 22–26.
2. Дагуров П.Н. Микроволновая радиометрия статистически-неоднородной поверхности // Известия вузов. Физика. – 2012. – Т. 55, № 8/2. – С. 31-32.

МЕТОД НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОБЩЕГО СОДЕРЖАНИЯ CO₂ и CH₄ ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВОГО ФУРЬЕ-СПЕКТРОМЕТРА TANSO-FTS

Катаев М. Ю., Андреев А. Г.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Методы спутникового мониторинга занимают одно из ведущих мест в этом направлении, благодаря возможности оперативно получать данные с высоким пространственным и временным разрешением. В 2009 г. запущен спутник IBUKI с прибором GOSAT (Japan) на борту, который предназначен для мониторинга концентрации CO₂ и CH₄. Японская сторона разработала собственные методики обработки спутниковых данных и позволила мировому научному сообществу присоединиться к разработке методик обработки данных.

В докладе рассматривается приложение метода нейронных сетей для решения обратной задачи восстановления общего содержания CO₂ по данным измерений спутниковым Фурье-спектрометром TANSO-FTS.

Непараметрические подходы, к которым можно отнести метод нейронных сетей, в отличие от параметрических подходов, для решения обратной задачи используют лишь статистическую взаимосвязь измеренного сигнала и связанного с ним ответа (решения).

Нами разработан подход, позволяющий найти такую архитектуру нейронной сети, тестовую и обучающую выборки, метод обучения, который приводит к минимальной погрешности восстановления общего содержания CO₂ и CH₄.

Нами проведены массовые тестовые расчеты решения обратной задачи на модельных и реальных сигналах GOSAT для подспутниковых точек измерений общего содержания CO₂ и CH₄ TCCON (Lamont, Bremen, Wollongong). Результаты обработки реальных сигналов, в сравнении с данными станций TCCON, оказались удовлетворительными, так как на обучающей выборке погрешность лишь незначительно отличается от погрешности на тестовой выборке. Погрешности восстановления на основной выборке лежат в диапазоне 0.5-1%.

МЕТОД СЛУЧАЙНЫХ ДЕРЕВЬЕВ В ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОБЩЕГО СОДЕРЖАНИЯ CO₂ ПО СПУТНИКОВЫМ ДАННЫМ

Катаев М. Ю., Базелюк С. А.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Одной из самых волнующих человечество проблем является потепление климата. Важнейшим фактором потепления называют увеличение концентрации парниковых газов. В связи с этим возникает задача круглогодичного мониторинга концентрации этих газов во всей земной атмосфере. Методы спутникового мониторинга занимают одно из ведущих мест в этом направлении, благодаря возможности оперативно получать данные с высоким пространственным и временным разрешением одновременно в широком спектральном диапазоне.

Нами предлагается для целей обработки данных спутникового мониторинга общего содержания CO₂ применять непараметрические подходы решения обратной задачи, одним из которых является метод случайных деревьев. Метод случайных деревьев (RF - Random Forest) представляет собой машинный алгоритм обучения с учителем. Метод RF применяется в задачах классификации, регрессии и кластеризации. Алгоритм подразумевает построение ансамблей независимых между собой деревьев решений. Не смотря на удачное применение RF в различных спутниковых задачах, ни разу этот алгоритм не применялся применительно к спутниковой задаче восстановления газового состава атмосферы (обратной задачи).

Нами реализован алгоритм на основе подхода автора L. Breiman [http://www.stat.berkeley.edu/~breiman/RandomForests/cc_home.htm].

Предварительно проводилось тестирование подхода на модельных спутниковых данных, которое показало высокую эффективность метода при восстановлении общего содержания CO₂ в столбе атмосферы. Далее метод применялся для обработки данных спутникового Фурье-спектрометра TANSO-FTS (GOSAT) с целью восстановления общего содержания CO₂. Спутниковые данные GOSAT брались для области расположения подспутниковых станций TCCON (Lamont, Bremen, Wollongong). Обработывались данные за несколько лет 2009-2012. Отличие восстановленных данных от значений общего содержания CO₂, полученных на станциях TCCON составляет не хуже 0.5-1.5%.

ОБНАРУЖЕНИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ MODIS

Катаев М. Ю., Бекеров А. А.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Долговременное существование и постоянное развитие спутниковых методов мониторинга открывает возможности непрерывного наблюдения за изменениями, происходящими в атмосфере, на поверхности Земли и океане.

Как правило, хозяйственная деятельность часто приводит к изменению типов поверхности в зоне своего воздействия. Отслеживание таких участков и определение количественных показателей, которые отражают степень воздействия на природу, является важной и актуальной задачей.

Нами разрабатывается программный комплекс тематической обработки данных многоканального спектрорадиометра MODIS. Целью такой обработки является обнаружение экологических изменений природной среды. В основе методики обнаружения изменений является изучение разнообразных индексов, рассчитываемых на основе разных каналов спектрорадиометра. К рассчитываемым индексам относятся: SWVI, NDVI, EVI, TVI, NASH и другие. На основе этих индексов строятся разнообразные другие индексы.

Программа разрабатывается как веб-ГИС система и включает такие блоки: 1. Подсистема сбора и предварительной обработки спутниковых данных; 2. Подсистема тематического анализа спутниковых данных; 3. Подсистема анализа данных и генерация отчетов (графических и табличных).

Полученная информация об изменении индексов, в зависимости от разнообразных параметров (температура, давление, влажность и др.), в течение нескольких лет, для изучаемой территории, позволяет построить регрессионные функции. Эти функции отражают поведение того или иного типа поверхности, попадающего в изучаемую территорию в зависимости от изменения природных факторов.

Анализ сформированной базы данных веб-ГИС об индикаторах экологического состояния изучаемой территории позволяет выявить территории с наиболее высоким уровнем техногенного воздействия.

МЕТОД ЭМПИРИЧЕСКИХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОБЩЕГО СОДЕРЖАНИЯ CO₂ ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВОГО ПРИБОРА GOSAT

Катаев М. Ю., Лукьянов А. К.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Японским космическим агентством в 2009 г. запущен спутник дистанционного зондирования Земли для мониторинга парниковых газов CO₂ и CH₄ - GOSAT. Один из приборов, установленных на его борту, является Фурье-спектрометр TANSO-FTS, работающий в ближней ИК области спектра и измеряющий отраженное от поверхности солнечное излучение.

Типичным параметрическим подходом, применяемым для восстановления общего содержания парниковых газов является метод оптимального оценивания (C.Rodgers). Данный подход позволяет обрабатывать полученные с борта спутника сигналы и с хорошей точностью восстанавливать общее содержание парниковых газов. Отметим, что расчетные характеристики данного подхода весьма существенно зависят от точности априорной информации, калибровки и коррекции спутникового сигнала. Нами для задачи восстановления общего содержания парниковых газов рассмотрен и модифицирован классический непараметрический подход, основанный на методе эмпирических ортогональных функций.

Метод эмпирических ортогональных функций основан на методе главных компонент (МГК), сутью которого является представление измерений в ортонормированном пространстве векторов матрицы ковариации измерений. Расчёт концентрации парниковых газов методом EOF представляет собой последовательное выполнение ряда шагов. Первым шагом в построении модели на основе ЭОФ является построение корреляционной матрицы сигналов спутникового прибора GOSAT. Далее корреляционная матрица раскладывается по собственным векторам и значениям, на основе которых находятся ЭОФ. Эта информация позволяет получить общее содержание CO₂.

Данный подход протестирован на модельных сигналах и применен для обработки реальных спутниковых сигналов для области подспутниковых станций TCCON (Lamont, Vremen и др.). Точность восстановления данным подходом не хуже классического подхода.

ВНУТРЕННИЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В ТРОПОСФЕРЕ ПО ДАННЫМ КОСМИЧЕСКОГО ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

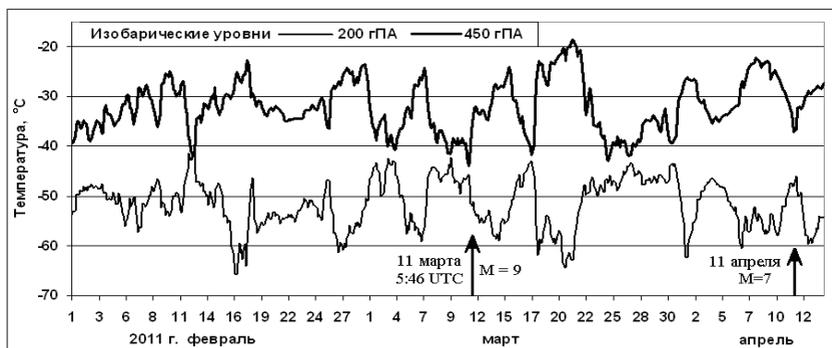
Кашкин В. Б., Григорьев А. С.

Сибирский федеральный университет, Красноярск

В современной литературе опубликовано большое число работ по влиянию на ионосферу наземных и подземных взрывов, землетрясений и цунами. Воздействуя на атмосферу в вертикальном направлении подобно поршню, сейсмические колебания могут возбуждать акустические гравитационные волны (АГВ) и внутренние гравитационные волны (ВГВ) [1]. Менее исследовано влияние сейсмических событий на тропосферу.

С борта космического аппарата средствами дистанционного зондирования (ДЗЗ) в тропосфере и тропопаузе возможно определять вертикальные профили температуры, давления, влажности и др. [2]. Эти данные позволяют исследовать проявления ВГВ в тропосфере [3].

В Японии в 2011г. произошло землетрясение с $M=9$. Нами использованы спутниковые данные о вертикальных профилях температуры-давления из [4] вблизи эпицентральной области. На рисунке приведен график температуры на двух изобарических уровнях в начале 2011 г. Отмечены моменты землетрясения 11 марта и афтершока 11 апреля. Верхний график – ВГВ, нижний – «зеркальная» волна. Обсуждаются результаты исследования и возможные механизмы.



Литература

1. Госсард Э.Э. и Хук У.Х.. Волны в атмосфере. – М.: Мир, 1978. – 532 с.
2. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <http://www2.ncdc.noaa.gov/docs/klm>
3. Кашкин В.Б., Симонов К.С. // Инженерная экология. – 2011. – № 2. – С. 38–54.
4. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <http://www.arl.noaa.gov/ready/cmet.html>

КАРТИРОВАНИЕ ЛЕСНОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТИ БУРЯТИИ НА ОСНОВЕ РАДАРНЫХ И ОПТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Кирбижекова И. И., Чимитдоржиев Т. Н.

Институт физического материаловедения СО РАН, Улан-Удэ

В настоящее время одной из актуальных проблем лесного хозяйства России является обновление картографического материала. Приоритетным направлением в данной области является внедрение дистанционных методов [1, 2]. В докладе представлены результаты разработки методики картирования лесной растительности на основе комбинирования радиолокационных и оптических данных высокого и среднего разрешения полученных со спутников ALOS, Radarsat2, SPOT5 в 2006-2012 г.г. В качестве тестовых полигонов были выбраны территории Мухоршибирского и Куналейского лесничеств в южной части Республики Бурятия.

Цель исследований заключалась в разработке методики наиболее оптимального комплексирования спутниковых данных из разных источников для получения картографического материала тестовых лесных массивов, включая особенности топографии гористой местности, свойственной Республике Бурятия, породный состав, оценку биомассы и фитомассы и т.п. [3].

В результате исследования также была разработана методика верификации результатов обработки спутниковых данных, сформулированы требования по структуре и составу необходимой наземной и спутниковой информации для получения наиболее полного картографического материала.

Литература:

1. Сухих В.И. Аэрокосмические методы в лесном хозяйстве и ландшафтном строительстве: Учебник. – Йошкар-Ола: МарГТУ, 2005. – 392 с.
2. Арманд Н.А., Чимитдоржиев Т.Н., Ефременко В.В. [и др.] О возможностях совместной обработки радиолокационных изображений L - диапазона и спектрональных снимков оптического диапазона для классификации лесных массивов // Радиотехника и Электроника. – 1998. – Т. 43, № 9. – С. 1070–1075.
3. Чимитдоржиев Т.Н., Гармаев А.М., Кирбижекова И.И. [и др.] Комбинирование методов спутниковой радиолокации и спектрального анализа для исследования лесных ресурсов Республики Бурятия // Вестник СибГАУ. – 2013. – 5(51). – С. 70–73.

АТМОСФЕРНАЯ КОРРЕКЦИЯ СПУТНИКОВЫХ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Кожевникова А. В.

Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН, Томск

Спутниковый мониторинг уже на протяжении многих лет является одним из самых эффективных способов наблюдения за состоянием земной поверхности. Но приходящее в приемную систему излучение нуждается в соответствующей коррекции.

Один из способов коррекции, применимый для относительно невысокой замутненности атмосферы, состоит в том, что по данным измерений атмосферных параметров восстанавливается оптическая модель атмосферы, а затем, выполняется расчет компонент излучения для каждого наблюдаемого пикселя. Одним из методов расчета компонент излучения является метод Монте-Карло [1]. Общим недостатком всех алгоритмов на основе этого метода является их высокая трудоемкость. Для его устранения целесообразно использовать возможности параллельных вычислений. Нами осуществлено распараллеливание алгоритмов метода Монте-Карло по пачкам фотонных траекторий.

В качестве примера выполнялась атмосферная коррекция изображения участка западного побережья Африки. На кластере ТГУ СКИФ CYBERIA [2] были выполнены расчеты без использования технологий параллельных вычислений и алгоритмом с распараллеливанием по пачкам траекторий с применением технологий MPI на 30 процессорах. Результаты показали, что ускорение работы составляет 29 раз.

Если рассматривать большие по площади участки неоднородной земной поверхности, учитывать поляризацию излучения, то использование распараллеливания по пачкам траекторий станет эффективным инструментом для получения результатов за приемлемое время расчетов.

Литература

1. Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А., Дарбинян Р.А., Каргин Б.А., Елепов Б.С. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. – Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1976. – 284 с.
2. Межрегиональный супервычислительный центр ТГУ [Электронный ресурс] / Томский государственный университет, 2007. – URL: <http://skif.tsu.ru/>

ОПЫТ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ДЕШИФРИРОВАНИЯ РАСТИТЕЛЬНОГО ПОКРОВА ПО СПУТНИКОВЫМ ДАННЫМ НИЗКОГО И СРЕДНЕГО РАЗРЕШЕНИЯ.

Малахов Д.В., Исламгулова А.Ф.

Институт космических исследований им. академика У. М. Султангазина, Алматы, Казахстан

Предпринято сравнительное изучение результатов дешифрирования данных среднего (Landsat ETM+, Landsat 8, DMC-2) и низкого (TERRA/MODIS) пространственного разрешения в целях выявления корреляций между различными вегетационными индексами и такими параметрами растительного покрова, как общее проективное покрытие почвы растительностью (ОПП, %), обилие рудеральных, дигрессивно-активных видов (% от ОПП), урожайность (т/га). Для верификации результатов обработки спутниковой информации были проведены подспутниковые наблюдения, в ходе которых составлены детальные геоботанические описания. Собраны данные по урожайности на основных, преобладающих по площади, сообществах в пустынной, полупустынной и степной зонах Казахстана.

Анализ наземных и спутниковых данных показал, что фитометрические измерения демонстрируют хорошую корреляцию со спутниковыми данными среднего разрешения. Наиболее высокая корреляция ($R^2=0.8$) наземных данных получена при использовании улучшенного вегетационного индекса (EVI), поскольку в расчете этого индекса принимает участие синий канал спутникового изображения, который снижает влияние атмосферных аэрозолей на результаты вычислений. Данные низкого пространственного разрешения демонстрируют меньшую корреляцию с наземными данными ($R^2\sim 0.4$).

Результаты данного исследования демонстрируют возможность применения данных ДЗЗ для количественной и, отчасти, качественной оценки растительного покрова и, следовательно, для мониторинга пустынных и степных регионов, обладающих высоким уровнем биологического разнообразия и народно-хозяйственным потенциалом.

К АНАЛИЗУ ДИНАМИКИ ГЕОЭКОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЛАНДШАФТОВ НЕФТЯНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ: ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОНТРОЛИРУЕМОЙ КЛАССИФИКАЦИИ КОСМОСНИМКОВ

Мячина К. В.

Институт степи Уральского отделения РАН, Оренбург

В работе сделана попытка проследить динамику развития природно-техногенных комплексов Бобровского месторождения нефти, расположенного в степной зоне Оренбургской области, с помощью автоматической неконтролируемой классификации разновременных космических изображений. Для регистрации и анализа долговременных изменений ландшафтов использованы три снимка спутника Landsat-5TM: 1988 г. - июнь, 2000 г. - май. и 2009 г. – июнь.

Обработка снимков проводилась в программе MultiSpec, использовался алгоритм неконтролируемой классификации ISODATA. Производились пробные классификации с количеством классов 8, 12, 16, 20, 24, 26, 28. Наиболее точно техногенные группы объектов идентифицированы в случае классификации с количеством классов равным 26. В процессе классификации в качестве техногенных объектов нефтяной инфраструктуры выделялись в основном объекты, содержащие компоненты из искусственных материалов: асфальт, бетон, металл и пр. В границах месторождения расположены 2 населенных пункта, объекты которых также попали в один класс с объектами месторождения.

В 1988 году площадь под техногенными объектами в границах месторождения, включая населенные пункты, составляла незначительную величину и не превышала 1,9%. В 2000 году площадь техногенных объектов в границах месторождения увеличилась и составила 2,8%, в 2009 году - 2,2%. Визуально в 2009 г. уменьшилось количество техногенных объектов, классифицированных в населенных пунктах, но в целом увеличилось их количество в границах месторождения. В том числе, возросло количество частично асфальтированных дорог и площадок, умножился общий объем искусственных материалов, используемых для обустройства объектов.

Однако, в масштабах территории месторождения эти изменения незначительны и можно сделать вывод, что за 21 год не произошло существенного увеличения площадей природно-техногенных объектов, содержащих в своем составе искусственные материалы.

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЛАЖНОСТИ ПОЧВЫ ПО МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИМ СПУТНИКАМ ЗЕМЛИ

Потылицин И. В., Богословский Н. Н.,

Бородин И. А., Кижнер Л. И.

Томский государственный университет, Томск

Одним из механизмов повышения качества прогнозов погоды с использованием численных моделей является уточнение начальных полей метеовеличин. В системах усвоения данных наблюдений, наряду со стационарными измерениями, все большее значение приобретают спутниковые наблюдения, особенно для территории России, где плотность наблюдательной сети недостаточная.

Влажность почвы является ключевым элементом в глобальном круговороте воды, энергии и углерода. Информация о влажности почвы имеет большое значение для многих задач в науках о Земле, в частности, точность задания начальных полей влажности поверхностного и глубинных слоев почвы существенно влияют на точность прогноза состояния атмосферы, особенно в приземном и пограничном слоях. Прямые и регулярные измерения влажности почвы производятся не на всех метеорологических станциях.

В работе выполнено сравнение влагосодержания поверхностного слоя почвы, определяемого прямыми методами на 14 приземных станциях США, и спутниковых наблюдений поверхностной влажности с помощью скатерометра, установленного на спутнике MetOp. Период наблюдений – 2007–2010 гг., подстилающая поверхность – луг. Проведена обработка данных, заключающаяся в нахождении коэффициентов a и b для перевода спутниковых данных по влажности в объёмные единицы [1]. Получены новые ряды, которые сравнимы с данными станций.

Показано, что спутниковые наблюдения могут использоваться для оценки влагосодержания почвы.

Работа выполнена в рамках РФФИ (грант № 12-05-31240) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 (Соглашение №14.В37.21.0667).

Литература

1. Assimilation of ASCAT surface soil wetness / Intiaz Dharssi, Keir Bovis, Bruce Macpherson, Clive Jones. – Met Office, Exeter, UKForecasting. – Technical Report No. 548. July, 2010.

АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ ПО ДАННЫМ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОЙ СЪЕМКИ

Протасов К. К., Протасов К. Т.

Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН, Томск

Наметившиеся тенденции к увеличению размерности регистрируемой информации (в частности, появление гиперспектральной аэрокосмической съемки) и возникающие при этом проблемы совместной обработки данных делают актуальной задачу синтеза условных функций плотности, которые являются моделями распознаваемых классов в пространствах многомерных наблюдений, описываемых случайными векторными полями. К сожалению, в известных пакетах (Envi, Erdas) нет алгоритмов анализа гиперспектральных данных. В связи с этим, нами разработан алгоритм анализа гиперспектральных данных на основе технологии из известной монографии В. Г. Репина, Г. П. Тартаковского и использовании непараметрических оценок неизвестных функций плотности.

Основная проблема, которая возникает при этом, это проблема преодоления априорной неопределенности и восстановление вероятностных распределений. В условиях априорной неопределенности высокого уровня, когда эти вероятностные модели неизвестны, предполагается, что существуют обучающие выборки, предъявляемые учителем. Данные обучающих выборок служат основной информацией, позволяющей восстановить условные функции плотности для байесова решающего правила распознавания образов. Существует проблема восстановления многомерных распределений, связанная с тем, что функции плотности вероятностей нормированы. Это приводит к тому, что нормирующий коэффициент в случае многомерных наблюдений становится равным либо нулю, либо бесконечности. Поэтому решающее правило можно вычислить в виде отношения функций плотности.

Приводятся примеры распознавания типов древостоев (на основе моделирования) бореальной тайги по их гиперспектральным портретам, регистрируемым спутниковыми сканирующими устройствами.

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ УЧЕТА ОБЛАЧНОСТИ В ЗАДАЧЕ АТМОСФЕРНОЙ КОРРЕКЦИИ СПУТНИКОВЫХ ДАННЫХ НА ПРИМЕРЕ LANDSAT

¹Соломатов Д. В., ¹Афонин С. В., ^{1,2}Белов В. В.

¹Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН, Томск

²Томский государственный университет, Томск

Данные спутникового зондирования земной поверхности, получаемые в спектральном диапазоне 0.4 – 2.1 мкм, имеют широкое применение для решения целого спектра научных и прикладных задач. В настоящее время широко используются спутниковые данные различного пространственного разрешения, такие как NOAA POES, EOS/MODIS, SPOT, EOS/Aster, Landsat и другие.

Однако спутниковые измерения подвержены значительному влиянию различных искажающих факторов: поглощение излучения атмосферными газами, релеевское рассеяние, ослабление и рассеяние излучения аэрозолями и облачностью, процесс бокового подсвета с учетом рельефа местности. Для учета этих факторов осуществляется атмосферная коррекция спутниковых измерений. Задача атмосферной коррекции заключается в вычислении указанных искажающих факторов, исключении их из оптического сигнала, измеряемого на спутнике, и восстановлении спектральной отражательной способности земной поверхности s_d .

В то же время для достижения максимальной должен быть применен подход, где принимается во внимание оптико-метеорологическое состояние атмосферы, геометрия наблюдений и рельеф поверхности. В институте оптики атмосферы разрабатывается программный комплекс, позволяющий применить комплексный подход к атмосферной коррекции различных спутниковых данных.

В данной работе рассматривается реализация алгоритмов построения облачной маски и удаления полупрозрачной облачности для спутниковых данных Landsat в рамках создаваемого программного комплекса и результаты их применения.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ЛЕСНЫХ ПОЖАРОВ НА НИЖНЮЮ АТМОСФЕРУ

Соловьев В. С.

Институт космических исследований и аэронауки
имени Ю. Г. Шафера СО РАН, Якутск

По данным спутниковых наблюдений (NOAA, Terra, Aqua), сети метеостанций Росгидромета и модельных расчетов проведен анализ пространственно-временной динамики крупномасштабных лесных пожаров, возникших летом 2002 г. на территории центральной Якутии.

На основе модельных приближений сделана количественная оценка выбросов в атмосферу продуктов горения лесных пожаров. Показано, что общие выбросы продуктов горения лесной биомассы составили около 1% от годовых выбросов пожаров по всему миру. Масса инжесктированного углекислого газа оказалась сопоставимой с количеством среднегодовых выбросов CO₂ от глобальной вулканической деятельности.

Проведен модельный расчет траекторий переноса воздушных масс от очагов пожаров. В целом, наблюдается хорошее согласие между конфигурацией неоднородностей распределения аэрозольных показателей и картой ветров на высоте 3-4 км. В отдельные дни наблюдался перенос дымовых частиц в северо-западном направлении, когда возмущения аэрозольных показателей регистрировались вплоть до побережья Баренцева моря. Причём амплитуда возмущений на максимальном удалении (более 3000 км) оказалась сопоставима с амплитудой над очагами пожаров.

АНАЛИЗ ВАРИАЦИЙ ИНДЕКСА РАСТИТЕЛЬНОСТИ ВОСТОЧНОЙ СИБИРИ ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Соловьев В. С., Варламова Е. В.

Институт космических исследований и аэронавтики
имени Ю. Г. Шафера СО РАН, Якутск

В условиях глобального изменения климата мониторинг природной среды Арктики и прилегающих территорий является одной из наиболее актуальных задач современной экологии. Как важнейший компонент биосферы и источник ресурсов, растительный покров является чувствительным «индикатором» изменений в биосфере и климате.

По данным многолетних (1982-2012 гг.) спутниковых наблюдений проведен расчет индекса вегетации (NDVI) на тестовых участках, расположенных от арктической зоны до южных широт Восточной Сибири. Проведен корреляционный анализ вариаций индекса NDVI с метеорологическими параметрами. На всех тестовых участках наблюдается рост среднегодовых температур приземного слоя воздуха. На южном, центральном и восточном участках тренды вариаций атмосферных осадков имеют положительный знак, на остальных – отрицательный. При этом на всех участках наблюдаются положительные тренды индекса NDVI. Это обстоятельство (положительная корреляция вегетационного индекса с температурой и низкая связь с количеством осадков) может трактоваться в пользу того, что для тестовых участков и, в целом, для части территории Восточной Сибири (Якутии), доминирующим фактором, влияющим на качество растительного покрова, является температура околосреднего слоя воздуха.

Темпы роста NDVI растительности на центральном участке, расположенного на Приленском плато, оказались значительно ниже (~1,6% прироста за рассматриваемый период), чем на остальных участках, где рост NDVI составил ~12-27%. Вероятно, это связано с особенностями орографии Приленского плато, которое с севера (частично), востока и юга ограничено горными массивами, что придает климатическую особенность этому региону.

ОСОБЕННОСТИ АТМОСФЕРНОЙ КОРРЕКЦИИ В ВИДИМОМ И УФ-ДИАПАЗОНАХ

Тарасенков М. В.

Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН, Томск

Томский государственный университет, Томск

Спутниковые данные о состоянии земной поверхности в настоящий момент имеют повсеместное применение в области решения, как практических задач, так и фундаментальных задач. Использование спутниковых данных обладает своей спецификой, а именно спутниковые данные являются осредненными в пределах поля зрения прибора, кроме того, на принимаемое спутниковыми системами излучение накладывает свой отпечаток взаимодействие света с атмосферой. В связи с этим спутниковые данные нуждаются в атмосферной коррекции, то есть в устранении вклада атмосферы в принимаемый сигнал.

В настоящий момент разработано довольно много подходов к атмосферной коррекции изображений (например, [1, 2]), но в видимом и УФ-диапазоне они либо рассчитаны на случаи относительно прозрачной атмосферы без резких изменений отражательных свойств [1], либо требуют много машинного времени [2]. В связи с этим был разработан алгоритм атмосферной коррекции, который с одной стороны учитывает такие факторы как боковой подсвет, дополнительную освещенность земной поверхности переотраженным излучением, солнечную дымку. А с другой путем применения приближенных формул и критериев, позволяющих использовать одну и ту же характеристику для нескольких участков земной поверхности, этот алгоритм позволяет выполнять атмосферную коррекцию со значительной экономией времени.

Литература

1. Vermote E.F., Vermeulen A. Atmospheric correction algorithm: spectral reflectances (MOD09). Algorithm Theoretical Background document, version 4.0. – 1999. [электронный ресурс]: http://modis.gsfc.nasa.gov/atbd/atbd_nod08.pdf.

2. Reinersman P.N., Carder K.L. Monte // Applied optics. – Vol. 34, № 21. – 1995. – Pp. 4453–4471.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОСМИЧЕСКИХ СНИМКОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО РИСКА ВОЗДЕЙСТВИЯ ФАКЕЛЬНОГО СЖИГАНИЯ ПОПУТНОГО ГАЗА НА НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЯХ СИБИРИ

Токарева О. С., Полищук Ю. М.

Томский политехнический университет, Томск

Югорский НИИ информационных технологий, Ханты-Мансийск

Институт химии нефти СО РАН, Томск

Как отмечено в [1], оценка экологического риска требует интеграции методов дистанционных и наземных исследований. В докладе рассмотрены методические вопросы использования космических снимков для оценки экологического риска воздействия на растительный покров химического загрязнения атмосферы на примере сжигания попутного газа в факельных установках на нефтяных месторождениях. Даны результаты количественной оценки относительных площадей загрязненных лесоболотных выделов на территории Западно-Сибирского нефтегазового комплекса, полученные при реализации геоинформационного подхода к оценке влияния загрязнения атмосферы на природную среду с использованием космических снимков среднего пространственного разрешения.

Показано, что использование космических снимков дает приемлемое соответствие результатов дистанционной оценки изменений состояния лесной растительности на основе вегетационных индексов данным биоиндикационных наземных исследований в зоне воздействия факельных установок на территории Приобского нефтяного месторождения.

Литература

1. Полищук Ю.М., Кокорина Н.В., Кочергин Г.А., Перемитина Т.О., Токарева О.С. Методология оценки экологического риска воздействия точечных источников атмосферного загрязнения на основе данных биоиндикации // Проблемы анализа риска. – 2011. – Т. 8. – № 4. – С. 22–35.

МОНИТОРИНГ ЛЕДОВОГО ПОКРОВА ОЗЕРА БАЙКАЛ НА ОСНОВЕ СПУТНИКОВОЙ РАДИОЛОКАЦИИ

Чимитдоржиев Т. Н., Кирбижекова И. И., Быков М. Е.
Институт физического материаловедения СО РАН, Улан-Удэ

В рамках исследований "сейсмической активности" тектонических плит и процессов деформации на границах ледовый покров озера Байкал в настоящее время используется в качестве модельной среды [1]. Для получения пространственной картины структуры трещин, динамики и деформаций ледовых плит были привлечены радиолокационные данные сантиметрового и дециметрового диапазона полученных радаром с синтезированной апертурой ALOS PALSAR, Radarsat2, TanDEM-X 2008-2013 гг.

Для оценки горизонтальных смещений были применены методы текстурного анализа, дифференциальной и спекл-интерферометрии [2]. Как оказалось оценка смещения на больших площадях озера методами дифференциальной интерферометрии сильно затруднена вследствие высокой временной декорреляции. Более эффективным оказался метод спекл-интерферометрии, основанный на взаимной корреляции небольших фрагментов радиолокационных изображений поверхности льда. В целом, оценка дрейфа ледяного покрова, полученная интерферометрическими методами хорошо согласуется с подспутниковыми GPS-измерениями.

Хотя ледовая обстановка озера Байкал из года в год изменяется направление горизонтальных смещений ледовых массивов совпадает с направлением господствующих ветров и стока от реки Селенги к реке Ангара. Результаты обработки спутниковых данных также показали, что активные процессы деформации происходят не только на границах плит ледяного покрова озера Байкал, но в полном объеме.

Литература

1. Добрецов Н.Л., Псахье С.Г., Ружич В.В. [и др.] Ледовый покров озера Байкал как модельная среда для изучения тектонических процессов в земной коре // ДАН. – 2007. – Т. 412, №5. – С. 656–660.
2. Кирбижекова И.И., Чимитдоржиев Т.Н., Тубанов Ц.А. [и др.]. Результаты исследований динамики ледового покрова озера Байкал методами спутниковой радиолокации ALOS PALSAR и GPS-навигации // Вестник БНЦ СО РАН. – 2012. – № 1(5). – С. 42–59.

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ДЕФОРМАЦИЙ И ОПОЛЗНЕЙ МЕТОДАМИ ТЕКСТУРНОГО АНАЛИЗА И РАДАРНОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

Чимитдоржиев Т. Н., Быков М. Е., Кирбижекова И. И.

Институт физического материаловедения СО РАН, Улан-Удэ

В настоящее время одной из актуальных проблем освоения северных территорий Западной Сибири является возрастание термоабразивных и оползневых процессов, деформаций почвенного покрова в результате глобального изменения климата и антропогенной нагрузки [1]. Сложные погодные условия, продолжительные полярные зимы, снежный покров затрудняют наблюдения северных территорий в оптическом диапазоне. В то время как спутниковые методы радиолокации независимы от погодных условий, времени суток и снежный покров практически прозрачен для радиоволн.

Методы радарной интерферометрии продемонстрировали высокую эффективность при обнаружении оползания почвы в береговой зоне, «морозного пучения» влажных и заболоченных участков [2, 3]. В докладе рассматривается методика и приведены результаты применения текстурного анализа радиолокационных изображений и дифференциальной интерферометрии для локализации участков наиболее вероятных деформаций и оценки вертикальных смещений поверхности по тестовым полигонам Марресалле, Васькины дачи и Надым Ямало-Ненецкого автономного округа. Исследования выполнены на основе радиолокационных данных L-диапазона на поляризации hh полученных ALOS PALSAR в 2008–2010 гг.

Литература

1. Лейбман М.О., Кизяков А.И. Криогенные оползни Ямала и Югорского полуострова. Типография Россельхозакадемии, М. – 2007. – 206 с.
2. Кирбижекова И.И., Чимитдоржиев Т.Н., Лейбман М.О., Быков М.Е. Возможности мониторинга ландшафтных изменений тестовых участков полуострова Ямал на основе текстуры радарных изображений // Материалы X Всероссийской конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса», Москва, ИКИ РАН, 12-16 ноября 2012 г., С. 396-396.
3. Чимитдоржиев Т.Н., Быков М.Е., Лейбман М.О. [и др.] Исследование микродеформаций и оползневых процессов северных территорий Западной Сибири на основе интерферометрических данных // Вестник СибГАУ. 2013. 5(51). С. 65-68.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ WEB-СИСТЕМЫ РАСЧЕТА ДАННЫХ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ АТМОСФЕРНОЙ КОРРЕКЦИИ СПУТНИКОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Энгель М. В., Афонин С. В.

Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН, Томск

В работе дано описание программного обеспечения информационно-вычислительной web-системы расчета данных для проведения атмосферной коррекции спутниковых изображений, обеспечивающего проведение расчетов в автоматическом режиме с использованием априорной информации из распределенных источников.

Управление процессом обработки реализовано на технологии автоматного программирования. В качестве априорной информации о состоянии атмосферы определены два типа данных: прогностические модели и данные спутниковых измерений. Для получения априорных данных в автоматическом режиме построена схема сетевой идентификации источников данных.

Спутниковая информация представлена данными системы EOS/MODIS. Для оценки качества априорных спутниковых метеоданных разработан метод, основанный на сравнении результатов атмосферной коррекции для двух реперных каналов MODIS и позволяющий прогнозировать достоверность результатов расчета.

Система предоставляет возможность проведения атмосферной коррекции для широкого диапазона популярных спутниковых систем при многообразных атмосферных метеоусловиях и сочетании различных искажающих факторов.

СЕКЦИЯ
“ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА И ГИДРОДИНАМИКА”

**УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ УПРУГИХ
КОЛЕБАНИЯХ**

Байзакова Г. А.

Восточно-Казахстанский государственный технический
университет им. Д. Серикбаева, Усть-Каменогорск, Казахстан

В промышленности и строительстве широко используются высокоэффективные вибрационные и виброударные механизмы. Вредная вибрация нарушает планируемые конструктором законы движения машин, механизмов и систем управления, порождает неустойчивость процессов и может вызвать отказы и полную расстройку всей системы.

Возникает актуальная задача об изменении в процессе движения заданным образом свойств материала, из которого изготовлен упругий элемент. Это позволит управлять колебательными процессами в вибрационных системах за счет изменения их частот, амплитуд, и фаз. Эту задачу можно решить за счет изменения динамических свойств системы: квазиупругих и квазиинерционных коэффициентов, а также факторов демпфирования. [1]. При этом возникает проблема бесконтактного изменения параметров системы в процессе колебаний. Ее можно решить за счет применения электромагнитного воздействия.

В данной работе рассматриваются задачи о собственных и вынужденных колебаниях электропроводных упругих элементов в магнитном поле при наличии во внешней замыкающей цепи реактивных электрических параметров (конденсатор, катушка индуктивности). Показано, что наличие электроемкости приводит к увеличению инерционных свойств, а наличие индуктивности изменяет упругие свойства систем. Таким образом, имеется возможность при помощи реактивных параметров влиять на значения собственных частот колебаний системы.

Литература

1. Томилин А.К., Байзакова Г.А., Береговая О.А., Прокопенко Е.В. Колебания континуальных электромеханических систем. – Усть-Каменогорск: Изд-во ВКГТУ, 2010. – 122 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ С ВНЕЗАПНЫМ РАСШИРЕНИЕМ ПРИ ВАРИАЦИИ ПРОДОЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ

Богатко Т. В.

Институт теплофизики СО РАН им. С.С. Кутателадзе, Новосибирск

Проведено численное исследование влияния продольного градиента давления после внезапного расширения круглой трубы на турбулентный теплоперенос в зоне отрыва, присоединения и релаксации течения [1–3]. Число Рейнольдса равняется $Re_{D_1}=2,75 \cdot 10^4$. Степень расширения трубы оставалась постоянной $ER = (D_2/D_1)^2 = 1,78$. Установлено, что рост градиента давления приводит к снижению интенсивности теплообмена в отрывной области и удалению координаты максимальной теплоотдачи от места расширения трубы. Сопоставление с опытными данными

подтвердило основные тенденции поведения отрывного потока за ступенькой с изменением продольного градиента давления.

Для расчёта выбрана модель турбулентности k- ω SST, как наиболее приемлемая при расчёте отрывных течений. Слева представлена математическая формулировка данной модели.

$$\mu_T = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)}, F_2 = \tanh(\arg_2^2), \arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500v}{d^2\omega}\right),$$

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2, \phi = \{\sigma_k, \sigma_\omega, \beta\},$$

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \arg_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500v}{d^2\omega}\right), \frac{4\rho\sigma_\omega k}{CD_{k\omega} d^2}\right],$$

$$CD_{k\omega} = \max(D_{k\omega}, 10^{-20}), D_{k\omega} = \frac{2\rho\sigma_\omega^2}{\omega} (\nabla k) \bullet (\nabla \omega).$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов: 11-08-00112-а, 12-08-00249-а).

Литература

1. Кюн Д.М. Влияние положительного градиента давления на характеристики присоединяющегося течения несжимаемой жидкости над уступом // РТнК. – 1980. – Т. 18, № 4. – С. 268–269.
2. Driver D.M., Seegmiller H.L. Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow // AIAA Journal. – 1985. – Vol. 23, No. 2. – Pp. 163–171.
3. Ra S.H., Chang P.K. Effects of pressure gradient on reattaching flow downstream of a reward-facing step // J. AIRCRAFT. – 1990. – Vol. 27, No. 1. – Pp. 93–95.

ДИНАМИКА НАНОРАЗМЕРНЫХ ЧАСТИЦ В ГАЗЕ

Бубенчиков М. А., Потекаев А. И., Бубенчиков А. М.

Томский государственный университет, Томск

Предложены новые представления и новый подход к изучению движения малых (в том числе наноразмерных) частиц, опирающиеся на базовые представления молекулярно-кинетической теории газов, статистической физики и классической механики. Введены два новых понятия: λ -слоя и «контрперемещающейся» пары молекул. Первое позволяет ограничить число рассматриваемых молекул и не учитывать их столкновения между собой. Второе – исключить из рассмотрения броуновские движения молекул. Установлено, что действие потенциальных сил Ван-дер-Ваальса локализовано в окрестности малой частицы так, что при выполнении статистических расчетов можно принять, что траектории молекул составлены из отрезков прямых линий, а удар молекулы является абсолютно упругим и эквивалентен удару об «эффективную частицу» с линейным размером на 40% выше реального размера частицы. Получено хорошее согласование с экспериментальной аппроксимацией Канингема-Милликена-Девиса (КМД-аппроксимацией), а также с экстраполированными значениями этой аппроксимации.

По форме наночастицы и по характеру искривления окружающего ее λ -слоя можно выделить три фундаментальные задачи молекулярной статистики, отвечающие полярной, осевой и плоской симметриям. В рамках моноскоростного (Р. Клаузиус) приближения построены решения этих задач, записаны формулы для коэффициентов среднего сопротивления движению наночастиц различной формы.

Рассмотрено также явление термофореза наночастиц в газе. Использование классического подхода позволяет определить и скорость частиц, и силу воздействия со стороны газовой фазы в случае наличия в ней градиента температуры. Предложенная схема простейшего расчета термофореза основана на предположении о регулярном характере отражения молекул от поверхности частицы и на теореме о количестве движения для системы наночастица – молекулы контрпары. Получены аналитические выражения для скорости и силы термофореза. При этом достигнуто полное согласование с экспериментальными данными по безразмерной скорости термофореза.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

Бячков А. Б.

Пермский государственный
национальный исследовательский университет, Пермь

Рассматривается задача моделирования динамики механических систем с переменной кинематической структурой, когда в процессе движения происходит наложение или снятие некоторых дополнительных голономных и (или) неголономных идеальных связей. Предлагается методика решения таких задач, основанная на применении уравнений Маджи в квазискоростях [1].

Поскольку в задачах учета связей необходимо строить модели динамики относительно расширенного вектора состояния (координаты, скорости, реакции), указанные модели представляют собой системы дифференциально-алгебраических уравнений.

В докладе рассмотрены различные аспекты применения метода Маджи: вывод уравнений Маджи в квазискоростях, геометрическая интерпретация предложенной методики выбора независимых вариаций квазискоростей, методы нахождения реакций связей, методы разрешения полной системы дифференциально-алгебраических уравнений динамики.

В качестве модельных примеров рассматриваются задачи динамики колесных экипажей с учетом проскальзывания колес [2, 3], задачи построения уравнений динамики систем твердых тел.

Литература

1. Vyachkov A.B., Suslonov V.M. Maggi's equations in terms of quasi-coordinates // *Reg. Chaot. Dyn.* – 2002. – Vol. 7. – Pp. 269–279.
2. Бячков А.Б., Зегжда С.А., Каттани К., Юшков М.П. Уточненная модель разгона автомобиля как задача с освобождающей связью // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1: Математика. Механика. Астрономия.* – 2008. – Вып. 3. – С. 97–105.
3. Бячков А.Б. Учет плавного изменения силы трения Кулона при исследовании разгона автомобиля с проскальзыванием // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1: Математика. Механика. Астрономия.* – 2012. – Вып. 4 – С. 66–71.

ДИНАМИКА И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ПЛЮМОВ В ОГРАНИЧЕННЫХ ПОЛОСТЯХ

Гаврилов К. А., Демин В. А., Попов Е. А.

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Конвективные явления, сопровождающиеся образованием тепловых плюмов, широко распространены в природе. Течение, порождающее тепловой плюм, как правило, представляет собой струйное движение жидкости в виде конвективного факела от сосредоточенного источника тепла. Внутренняя область плюма всегда имеет отличную от остальной жидкости температуру, что позволяет устанавливать качественно его границы и классифицировать их по форме. В зависимости от вязкости и теплопроводности среды окружающая жидкость в определенной степени также оказывается вовлеченной в конвективное движение, что собственно и создает характерное грибообразное тепловое поле, называемое в зарубежной литературе тепловым плюмом.

В ходе прямого компьютерного моделирования трехмерных плюмов система уравнений тепловой конвекции решалась численно методом конечных объемов с помощью программного пакета OpenFOAM на суперкомпьютере “ПГУ–Тесла” Научно-образовательного центра Пермского государственного университета “Параллельные и распределенные вычисления”. Расчет плюмов в тонком вертикальном слое показал справедливость классификации этих гидродинамических структур по ширине вязкого и температурного пограничных слоев с последующим их делением на четыре типа: вязко-теплопроводный, вязко-нетеплопроводный, невязко-теплопроводный и невязко-нетеплопроводный. Несмотря на существенное взаимодействие плюма с широкими гранями полости и потерю в вертикальном слое свойства двухмерности, данная градация отражает основные причинно-следственные связи, лежащие в основе рассматриваемых конвективных явлений. Моделирование синхронного всплытия и взаимодействия нескольких плюмов дополнило общую характеристику их природы.

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ПО КОНВЕКЦИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Демин В. А., Попов Е. А.

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

В теории тепловой конвекции существует не так много задач, допускающих точное аналитическое решение. В наибольшей степени эта особенность проявляется при наличии в постановке каких-либо осложняющих факторов. В результате тепловая конвекция молекулярных многокомпонентных жидкостей и коллоидов традиционно описывается путем дискретизации исходных уравнений и последующего численного моделирования. Однако некоторые процессы, в том числе нелинейные, все же могут быть описаны аналитически. Одно такое решение было найдено для стационарного течения бинарной молекулярной жидкости в подогреваемой снизу конвективной петле при учете термодиффузии произвольного знака. Если движение жидкости вдоль каналов рассматривается как одномерное, то уравнения переноса примеси и тепла фактически линеаризуются, а уравнение Навье – Стокса после некоторых преобразований сводится к трансцендентному уравнению для амплитуды скорости. В результате амплитудные кривые табулируются для произвольных значений параметров. Показано, что в зависимости от знака термодиффузии тепловая стационарная конвекция возбуждается жестко или мягко [1]. Подобная методика применима для описания стационарных течений магнитного коллоида в связанных каналах, который в первом приближении рассматривается как бинарная молекулярная несущая жидкость с примесью магнетитовых частиц размером порядка 10 – 40 нм. Предварительно аналитически была решена задача об оседании магнетитовых частиц в жидкой матрице, заполняющей подогреваемый снизу тонкий вертикальный канал при наличии термодиффузии частиц [2].

Работа поддержана грантом РФФИ «Урал-а» (код проекта 13-01-96010).

Литература

1. Глухов А.Ф., Демин В.А., Путин Г.Ф. О разделении смесей в связанных каналах // ПМТФ. – 2009. – Т. 50, № 1. – С. 68–77.
2. Демин В.А. Оседание наночастиц в однородной несущей жидкости при наличии термодиффузии // Вестник Пермского университета. Сер. Физика. – 2013. – Вып. 1(23). – С. 20–24.

ГИПОТЕЗА СТОКСА И НОВЫЕ РЕОЛОГИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ

Джакупов К. Б.

Казахский национальный университет имени аль-Фараби,

Алматы, Казахстан

Тензор напряжений сплошной среды не симметричен, нет равенства между касательными напряжениями $\pi_{ij} \neq \pi_{ji}, i \neq j$. Гипотеза Стокса основана на *симметричном* тензоре напряжений континуума, поэтому ошибочна (см.[1]). Касательное напряжение по Ньютону $\pi_{yx} = \mu \partial u / \partial y$ является следствием закона трения для малых скоростей $\vec{F}_{\delta\delta}^i = -k\vec{v}$ (см.[2]). Касательное напряжение по Стоксу $\pi_{(c)yx} = \mu(\partial u / \partial y + \partial v / \partial x)$ не соответствует закону трения, что является еще одним доказательством неверности гипотезы Стокса. Уравнения Навье-Стокса, основанные на тензоре напряжений Стокса $\pi_{ji(\vec{n})} = \mu(\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i), i \neq j$, $\pi_{ii(c)} = -[p + (2/3\mu - \mu') \text{div} \vec{v}] + 2\mu \partial v_i / \partial x_i$, являются ошибочными. Уравнения Навье, соответствующие тензору напряжений Ньютона $\pi_{ji(i)} = \mu \partial v_i / \partial x_j, i \neq j$, $\pi_{ii(i)} = -p + \mu \partial v_i / \partial x_i$, являются моделями низкоскоростных (ламинарных) течений и не могут служить в качестве моделей для (турбулентных) течений с высокими скоростями, обоснования таких утверждений находятся в тщетных попытках моделирования турбулентных течений полуэмпирическими теориями типа Колмогорова, «пути смешения» Прандтля, Буссинеска, Сполдинга, « $k - \epsilon$ » моделей и множества других, содержащих около дюжины искусственно введенных констант, не имеющих физического содержания. При моделировании осредненных турбулентных течений используется искусственная «турбулентная вязкость» μ_δ , на несколько порядков превышающая молекулярную вязкость μ в законе трения Ньютона. Тем самым *отказ* от закона трения Ньютона в турбулентных течениях был обоснован всей предыдущей историей развития гидромеханики. При больших скоростях течений в [2] рассматривается квадратичный закон трения $\vec{F}_{\delta\delta}^i = -k_2 v^2 \vec{e}_v$, $v = |\vec{v}|, \vec{v} = v \vec{e}_v$. Вязкие напряжения, выведенные из данного закона, приводят к отрицательной энергии вязкой диссипации в уравнении баланса энергий, поэтому он неприемлем. Предлагается для высокоскоростных течений использовать законы трения с нечетными показателями степеней

$\vec{F}_{\partial\partial} = -k_m v^m \vec{e}_v, v = |\vec{v}|, \vec{v} = v \vec{e}_v, m > 0, m = 3, 5, 7, 9, \dots$, из которых вытекают тензоры напряжений $\pi_{ji(i)} = \mu_{m_i} \partial v_i^{m_i} / \partial x_j, i \neq j, \pi_{ii(i)} = -p + \mu_{m_i} \partial v_i^{m_i} / \partial x_i$, уравнения динамики и баланса энергий

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \rho F_i + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu_{m_i} \frac{\partial v_i^{m_i}}{\partial x_j} \right), i = 1, 2, 3, \frac{\partial p}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \rho v_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$\rho \tilde{n}_v \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) - p \operatorname{div} v + \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 \mu_{m_i} \frac{\partial v_i^{m_i}}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j},$$

При нечетных целых и положительных показателях степеней m_i энергия $\sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 \mu_{m_i} \frac{\partial v_i^{m_i}}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \geq 0$.

Образуются безразмерные комплексы, связанные с числом Рейнольдса:

$$\frac{1}{\operatorname{Re}_{m_i}} = \frac{\mu_{m_i} U^{m_i-2}}{\rho L} = \frac{\mu}{\rho U L} \frac{\mu_{m_i} U^{m_i-1}}{\mu} = \frac{1}{\operatorname{Re}} K S_{m_i},$$

$$K S_{m_i} = \frac{\mu_{m_i} U^{m_i-1}}{\mu} = \alpha m_i^{-m_i} \cdot U^{m_i-1}, \alpha = 1 \left(\frac{c}{i} \right)^{m_i-1}$$

Данные уравнения носят универсальный характер. Из них при $m_i = 0$ получаются уравнения Эйлера, при $m_i = 1$ переходят в уравнения Навье, при $m_i = 3, m_i = 5, m_i = 7, m_i = 9$ могут служить в качестве моделей турбулентных течений. Наилучшее совпадение с экспериментом получается при $m_i = 7, m_i = 9$.

Литература

1. Джакупов К.Б. Коррекции теоретических парадоксов механики сплошной среды. – Алматы: Типография «К2», 2011. – 300 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. – М.: Наука, 1977. – 430с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАТОПЛЕНИЯ ШАХТНОЙ ВЫРАБОТКИ

Диль Д. О.

Томский государственный университет, Томск

Мониторинг скоплений и миграции шахтного метана представляют собой большой практический интерес, поскольку являются серьёзной угрозой для безопасности работы и жизни людей. Для эффективного решения этих проблем необходимы математические модели, а также численные методы, позволяющие оценивать количество метана, скапливающегося в той или иной области.

В данной работе используется модель двухфазной фильтрации на основе замыкающих соотношений Ван-Генухтена–Муалема [1], которая предполагает зависимость относительных проницаемостей для флюида и газа, а также капиллярного давления от основных параметров, таких как давление газа и насыщенность флюида, по заранее заданным формулам, что приводит в итоге к нелинейным дискретным уравнениям.

Для численного решения использовался метод контрольного объёма с нелинейной двухточечной аппроксимацией потоков на гранях, позволяющей учитывать анизотропию пространства, в котором осуществляется течение [2]. Преимуществом данного метода также является удобство оценки количества газа или жидкости, протекающей через заданное сечение. Для решения дискретных нелинейных уравнений использовался метод Ньютона.

Полученная методика решения легко обобщается на нерегулярные сетки, а также для учёта процессов сорбции и диффузии метана.

Литература

1. Van Genuchten M. Th. A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils / M. Th. van Genuchten // Soil Sci. Soc. Am. J. – 1980. – Vol. 44. – P. 892-898.
2. Никитин К. Д. Метод конечных объёмов для задачи конвекции-диффузии и моделей двухфазных течений : дис. ... канд. физ.- мат. наук / К. Д. Никитин. – М., 2010. – 105 с.

НЕГОЛОНОМНАЯ МЕХАНИКА И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Зегжда С. А., Солтаханов Ш. Х., Юшков М. П.

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

Чеченский государственный университет, Грозный

Доклад отражает многолетние исследования в области неголономной механики, проводившиеся на кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета Санкт-Петербургского университета. Начаты они были серией статей 1970-74 гг. проф. Н.Н.Поляхова и продолжены написанием учебника для университетов [1] и монографий, переведенных на китайский и английский языки [2]. В процессе работы была создана, в частности, теория движения неголономных систем со связями высокого порядка. Оказалось, что она с успехом может быть применена к одной из центральных задач теории управления – к задаче об отыскании управляющей силы, переводящей систему за заданное время из одного фазового состояния в другое. Основную роль в исследованиях играют обобщенные принципы Гаусса и Гамильтона-Остроградского [3, 4]. Применение теории иллюстрируется нахождением управления горизонтальным движением тележки с маятниками. Результаты расчетов показывают, что полученные кривые имеют более плавный характер, чем кривые, найденные с использованием принципа максимума Понтрягина.

Литература

1. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1985. – 536 с.; М.: Высшая школа, 2000. – 592 с.; М.: Юрайт, 2012. – 592 с.
2. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Уравнения движения неголономных систем и вариационные принципы механики. Новый класс задач управления. – М.: Наука, 2005. – 269 с.; Неголономная механика. Теория и приложения. – М.: Наука, 2009. – 344 с.; Mechanics of non-holonomic systems. A New Class of control systems. – Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. – 329 p.
3. Поляхов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Обобщение принципа Гаусса на случай неголономных систем высших порядков // Докл АН СССР. – 1983. – Т. 269, № 6. – С.1328-1330.
4. Зегжда С.А., Товстик П.Е., Юшков М.П. Обобщенный принцип Гамильтона-Остроградского и его применение для гашения колебаний // Докл. РАН. – 2012. – Т. 447, № 3. – С.280–283.

УСТОЙЧИВОСТЬ УПРОЩЕННОЙ ПЛАТФОРМЫ СТЮАРТА С КРИВОШИПНО-ШАТУННЫМИ ОПОРАМИ

Зуев С. М.

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

Рассматривается упрощенная модель платформы Стюарта с кривошипно-шатунными опорами. Платформа моделируется материальной точкой, к которой крепятся с помощью сферических шарниров три шатуна, каждый из которых соединяется с кривошипом также с помощью сферического шарнира.

Исследования таких конструкций важны при конструировании испытательных стендов, при конструировании некоторых частей радиотелескопов, создании манипуляторов универсальных материалобработывающих центров [1–3].

Для рассматриваемой системы, имеющей три степени свободы, составлены уравнения Лагранжа второго рода, решается прямая и обратная задача динамики, проводится численное интегрирование. Исследуется устойчивость в положении равновесия.

Вводится управление с обратной связью для достижения устойчивости положения равновесия. Исследуется линеаризованные уравнения динамики, анализируется устойчивость системы по Ляпунову.

Определяются параметры обратной связи, обеспечивающие асимптотическую устойчивость исходной нелинеаризованной системы.

Литература

1. Александров В.В., Локшин Б.Я., Л. Гомес Е.Л., Салазар И.Х. Стабилизация управляемой платформы при наличии ветровых возмущений // *Фундамент. и прикл. матем.* – 2005. – Т. 11, Вып. 7. – С. 97–115.
2. Ершов Б.А., Трифоненко Б.В. Движение твердого тела при действии управляющих связей // *Вестн. Ленингр. ун-та.* – 1985. – № 8. – С. 52–56.
3. Зегжда С.А., Солтаханов Ш.Х., Юшков М.П. Уравнения движения неголономных систем и вариационные принципы механики. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та. – 2002. – 276 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ УДЛИНЁННЫХ ИНЕРТНЫХ ТЕЛ В ВОДНОЙ СРЕДЕ

**Ищенко А. Н., Буркин В. В., Бураков В. А., Корольков Л. В.,
Дьячковский А. С., Чупашев А. В., Зыков Е. Н., Степанов Е. В.**

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск

Изучение высокоскоростного движения тел в водной среде представляет особый научный интерес в связи с широким полем приложения получаемых результатов. Исследования в данной области ведутся в таких странах мира, как США, Украина, Россия Иран, и являются сложной и актуальной проблемой. Детальное экспериментальное изучение таких процессов требует наличия сложного специализированного оборудования. В НИИ ПММ ТГУ был разработан и внедрен баллистический стенд для моделирования дозвуковых, транс- и сверхзвуковых условий движения тела в жидкости с целью изучения сопротивления и процессов взаимодействий тела с преградой, расположенной под слоем воды. Комплекс состоит из высокоскоростной баллистической установки, позволяющей метать тела в воду со скоростью до 2.5 км/с, высокоскоростного фоторегистратора Cordin 530 и высокоскоростных видеокамер Phantom v710, позволяющих регистрировать происходящие процессы. Данный комплекс позволяет одновременно фиксировать вход тела в воду, его движение в воде и взаимодействие с преградой.

Проведенные исследования затронули следующие вопросы: вход тела в водную среду, динамику поведения тела в суперкаверне, физическое состояние тела в суперкаверне и состоянии каверны, взаимодействие тела с преградой. Были испытаны различные формы и материалы метаемого тела. Получены фотохронограммы проникновения тела в воду, движения тела в воде и процесса взаимодействия с преградой в дозвуковом скоростном диапазоне.

Созданный уникальный комплекс позволяет проводить исследования по высокоскоростному движению инертных удлинённых тел в воде, с фото- и видеофиксацией процесса движения, что может послужить базой для проведения сложных гидродинамических исследований.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ МЕТАЕМОГО ТЕЛА В ЗАТОПЛЕННОМ ВОДОЙ СТВОЛЕ

**Ищенко А. Н., Касимов В. З., Монахов Р. Ю., Родионов А. А.,
Тырышкин И. М.**

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск

В работе проведены теоретические исследования особенностей ускорения метаемого тела в затопленном водой стволе. Для расчета основных внутрибаллистических процессов в ствольном ускорителе используется разработанная ранее авторами квазиодномерная математическая модель, основанная на модели полидисперсной смеси частиц и несущей газовой фазы. Она учитывающая различие элементов метательного заряда по геометрическим параметрам, физико-химическим свойствам, термодинамическим свойствам образующегося при горении газа, различие в скорости движения каждого из элементов, а также неравномерное начальное размещение по объему. Движение жидкости внутри ствола перед метаемым телом и в затопленном пространстве за срезом ствола рассчитывается на основе уравнений Навье-Стокса с учетом сжимаемости в осесимметричной постановке с помощью пакета FLUENT. Взаимное влияние процессов перед метаемым телом и в камере ускорителя производится путем использования UDF-функций пакета FLUENT. Таким образом, расчеты внутрибаллистических процессов в ускорителе и движения жидкости перед метаемым телом производятся в сопряженной постановке.

Результаты математического моделирования показали качественное отличие процесса ускорения по сравнению с выстрелом в газовой атмосфере. С целью оценки потенциальных возможностей ствольного ускорителя для метания в затопленном стволе проведена серия расчетов при различных геометрических параметрах ускорителя.

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОТДАЧИ НА КОНВЕКЦИЮ В КОАКСИАЛЬНОМ ЗАЗОРЕ

Мазунина Е. С., Носков С. А.

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь

Целью данной работы является изучение влияния теплоотдачи через внешнюю границу на конвекцию вязкой несжимаемой жидкости находящейся в горизонтальном цилиндрическом слое. Поверхности цилиндров твердые, внутренняя граница имеет постоянную температуру, через внешнюю происходит теплообмен с окружающей средой.

Исследованиям конвекции в коаксиальном зазоре с постоянными температурами на границах посвящены работы [1 - 2]. Движение жидкости при малых числах Релея имеет форму двух симметричных относительно вертикального диаметра серповидных вихрей. Вдоль горячей стенки поток жидкости поднимается вверх, вдоль холодной опускается вниз. В верхней части слоя формируется конвективный факел. В случае относительно толстых слоев ($R_1/R_2 < 0.6$) и больших чисел Прандтля ($Pr > 10$) при значительных числах Релея наблюдается отклонение факела от вертикали и возбуждение его колебаний [2]. Подобное явление наблюдается в пористых средах при меньших числах Прандтля ($Pr \sim 1$) [3]. В данной работе проводится сравнение конвекции в слое с изотермическими границами (случай бесконечно большой теплоотдачи) и слое с фиксированным коэффициентом теплоотдачи.

При численном решении задачи использовались нелинейные уравнения для момента импульса и температуры в полярной системе координат [1]. Система уравнений и граничных условий имеет четыре безразмерных параметра: число Релея, число Прандтля, число Био и отношение радиусов цилиндров. Расчет проведен с помощью схемы Кранка-Николсона на половине и в полной области. Были получены поля функции тока и температуры для разных значений числа Релея и Био при числах Прандтля 10 и 5 и $R_1/R_2 = 0.2$.

Литература

1. Чернатынский В.И. Численное исследование конвекции в зазоре между горизонтальными коаксиальными цилиндрами // Гидродинамика. Вып. VIII: сб.статей.- Пермь.1976.- С.84-92.

2. Иванова А.А. Вибрационная механика неоднородных гидродинамических систем. Экспериментальное исследование. – Дисс. доктора физ.-мат. наук. Пермь: ПГУ, 2000. – 400 с.

3. Сираев Р.Р., Якушин В.И. Исследование конвекции в горизонтальном цилиндрическом слое насыщенной пористой среды // Изв. РАН Механика жидкости и газа. – 2008. – № 2. – С. 83–91.

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ И КОНТРОЛЬНОГО ОБЪЕМА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ КОНВЕКТИВНО- РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

Мартюшев С. Г., Шеремет М. А.

Томский государственный университет, Томск

Нестационарные задачи естественной конвекции привлекают внимание исследователей вот уже не одно десятилетие в связи с широтой и многообразием процессов и явлений. Известно, что в воздушных полостях влияние теплового излучения сравнимо с воздействием термогравитационной конвекции на режимы течения и теплоперенос.

Целью настоящего исследования является численный анализ естественной конвекции и поверхностного теплового излучения в замкнутом параллелепипеде с изотермическими противоположными гранями и адиабатическими остальными стенками. Математическая модель, сформулированная на основе уравнений Обербека–Буссинеска, реализуется численно как методом контрольного объема в естественных переменных «скорость – давление», так и методом конечных разностей в преобразованных переменных “векторный потенциал – вектор завихренности”. Анализ радиационного теплообмена проводится с использованием метода сальдо в варианте Поляка. Проведенный сравнительный анализ использования двух подходов показал преимущества применения преобразованных переменных по сравнению с естественными переменными при решении рассматриваемого класса нестационарных пространственных задач конвективно-радиационного теплопереноса. Отмеченная особенность связана с наличием существенных временных затрат при реализации в методе контрольного объема SIMPLE-подобных алгоритмов для совместного определения полей скорости и давления, что обусловлено введением глобальных итераций по всем решаемым уравнениям.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МК-5652.2012.8).

ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ

Маслов Е. А., Жарова И. К., Федотова Н. С.

Томский политехнический университет, Томск

НИИПММ Томского государственного университета, Томск

Представлены результаты исследования влияния параметров вычислительных процедур на точность определения характеристик и структуры течения вязкой сжимаемой и несжимаемой теплопроводной жидкости вблизи поверхности стенок круглого канала постоянного сечения. Математическое моделирование является альтернативой чрезвычайно энергозатратной экспериментальной отработки элементов конструкций энергетического оборудования в условиях повышенных динамических и тепловых нагрузок (трубы и магистрали в отопительной технике, пластинчатые теплообменники, системы тепловой защиты и др.).

Для описания газодинамики и тепломассопереноса в газовой фазе использована система уравнений Навье – Стокса для сжимаемого вязкого газа [1]. Характеристики турбулентности рассчитывали на основе двухпараметрической модели с использованием балансных уравнений для кинетической энергии турбулентности k и скорости ее диссипации ϵ . При постановке задачи течение во входном сечении канала считалось безвихревым, с постоянной скоростью u_{in} . На входе в канал температура потока T_{in} постоянна, на выходе из канала задавалось значение теплового потока. На стенках канала выполнялись условия «прилипания» и адиабатичности.

Анализ полей скоростей и давления на основании предложенной модели и алгоритма численной реализации позволяет выявить особенности структуры течения в канале сред с различными свойствами. Так, в рассматриваемых условиях получено, что течение воздуха и воды является слоистым в отличие от течения глицерина. Это объясняется тем, что глицерин по сравнению с воздухом и водой является более плотной и вязкой средой.

Литература

1. Маслов Е. А., Жарова И. К., Терехов В. И. Исследование газодинамического взаимодействия импактной струи с поверхностью преграды сложной формы // Известия Вузов. Физика. – 2010. – Т. 53, № 12/2. – С. 182–187.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТОЙ ПОЛОСТИ

Мирошниченко И. В., Шерemet М. А.

Томский государственный университет, Томск

Во многих прикладных задачах процесс конвективного теплопереноса осуществляется в крупногабаритных областях, что приводит к естественному появлению режимов турбулентного переноса массы, импульса и энергии.

Целью настоящего исследования является разработка и верификация вычислительной модели двумерной нестационарной турбулентной естественной конвекции. Математическая модель на основе уравнений Рейнольдса формулируется в безразмерных переменных “функция тока – завихренность”, где для учета эффектов турбулентного переноса применяется стандартная k - ε модель. Влияние подъемной силы описывается в приближении Буссинеска. Для более детального исследования профилей температуры, скорости и турбулентных характеристик вблизи ограничивающих стенок вводится неравномерная разностная сетка с использованием специального алгебраического преобразования координат, апробированного на классе задач конвективного теплопереноса в ламинарных режимах. Построенная вычислительная модель тестируется на задаче турбулентной естественной конвекции в замкнутой квадратной полости с изотермическими вертикальными и адиабатическими горизонтальными стенками [1]. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными характеризует адекватность и корректность как построенной математической модели, так и используемых численных методов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МК-5652.2012.8).

Литература

1. Ampofo F., Karayiannis T.G. Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2003. – Vol. 46. – Pp. 3551–3572.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБЩИХ ТЕОРЕМ ДИНАМИКИ И ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ УДАРА, СВЯЗАННЫХ С ОЦЕНКОЙ ДТП

Моисеенко М. О., Морозова О. О., Попов О. Н., Трепутнева Т. А.
Томский государственный архитектурно-строительный университет,
Томск

Вместе с ростом автомобильного парка и плотности транспортных потоков увеличивается число столкновений автомобилей и их наездов на неподвижные препятствия. На эти виды ДТП приходится более половины всех происшествий.

В теоретической механике кратковременное взаимодействие тел называют *ударом*, возникающие при этом силы называются *ударными силами*; а импульс ударной силы за время удара — *ударным*, или *мгновенным*, импульсом.

Ударные силы во много тысяч раз превосходят вес ударяющего тела. Поэтому в приближенной теории удара пренебрегают весом тел за время удара и всеми прочими неударными силами, а также перемещениями тел. Принято, что векторы скоростей точек, ударяющихся тел изменяется мгновенно. Процесс удара принято разделять на две фазы. Первая фаза продолжается от момента соприкосновения тел до момента их наибольшего сближения. Вторая фаза продолжается от конца первой фазы до момента разъединения тел. Во время первой фазы кинетическая энергия тел переходит в механическую энергию разрушения и деформаций деталей, а также в потенциальную энергию и тепло. Во второй фазе удара потенциальная энергия упругих частей, деформированных в процессе сближения тел, вновь переходит в кинетическую энергию, способствуя разъединению тел. Потерю энергии при ударе оценивают, применяя понятие коэффициента восстановления и теорему Карно.

Общие теоремы динамики, а так же применяемая в теории удара теорема Карно позволяют количественно решать задачи ДТП.

В предлагаемой работе рассматривается применение общих терем динамики механической системы и гипотез и теорем теории удара при решении задач, связанных с оценкой ДТП. Рассмотрено совместное применение нескольких теорем и основных понятий теории удара при установлении скоростей автомобилей до столкновений. Это позволяет установить нарушителей ДТП.

Приведён реальный пример ДТП.

ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ УПРУГИХ ЭЛЕКТРОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Прокопенко Е. В.

Восточно-Казахстанский государственный технический университет
имени Д. Серикбаева, Усть-Каменогорск, Казахстан

Динамические деформации в упругих системах часто приводят к возникновению периодических волновых процессов. Вредные вибрации нарушают расчетные режимы работы машин, механизмов, порождают неустойчивость процессов. Поэтому особое значение приобретают методы управления вибрационными процессами.

Твердое деформируемое тело часто используется при моделировании процессов происходящих в приборах, машинах и механизмах, поэтому вопросы управления вибрациями в подобных системах часто встречаются в инженерной практике. В частности, эти вопросы могут быть решены за счет электромагнитного воздействия.

В работе Томилина А.К. [1] разработана теория электромагнитного воздействия на колебания континуальных систем: стержни, пластинки, струны, жидкости. Показано, что можно управлять колебаниями системы при помощи электромагнитного воздействия.

Цель данной работы состоит в теоретическом и экспериментальном обосновании возможности управления продольными колебаниями упругих электромеханических систем при помощи электромагнитного воздействия.

Объектами исследования являются упругие электропроводные стержни и деформируемые стержневые системы которые моделируются механическими системами с бесконечным числом степеней свободы.

Поставлены и решены новые задачи о бесконтактном управлении продольными колебаниями упругих электропроводных систем с использованием продольной компоненты электромагнитной силы. Предложена новая модель ультразвукового генератора со стержневым упругим элементом, деформация которого происходит под действием продольной электромагнитной силы.

Литература

1. Томилин А.К. Колебания электромеханических систем с распределенными параметрами. - Усть-Каменогорск, Изд. ВКГУ, 2004. – 272 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ "ЖИДКОСТЬ-ГАЗ" НА ОСНОВЕ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ

Резанова Е. В.

Алтайский государственный университет, Барнаул

Исследуются течения жидкости и газа, которые заполняют бесконечные горизонтальные слои, имеют границу раздела и находятся под действием продольных градиентов температуры. В качестве математической модели используется система уравнений Навье-Стокса в приближении Обербека-Буссинеска. Построены точные решения задачи в стационарном случае [1, 2]. При этом на твердых границах системы выполняются условия прилипания для продольной скорости, задано линейное распределение температуры, а на верхней границе задано условие для концентрации пара. На термокапиллярной границе раздела сред выполняются условия непрерывности скоростей и температур, кинематическое и динамическое условия, условие теплопереноса с учетом диффузии пара и соотношение, определяющее баланс массы. В работе представлены примеры двухслойных течений в системах "этанол - азот" и "HFE 7100 - азот", приведены профили скоростей, исследовано влияние продольного градиента температуры и расхода газа в верхнем слое на структуру течения.

Работа выполнена в рамках проекта № 7.3975.2011 Алтайского государственного университета и программы стратегического развития ФГБОУ ВПО "Алтайский государственный университет" на 2012-2016 годы "Развитие Алтайского государственного университета в целях модернизации экономики и социальной сферы Алтайского края и регионов Сибири, мероприятие "Конкурс грантов" (№2013.312.1.66).

Литература

1. Шлиomis М.И., Якушин В.И. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // Гидродинамика. – 1972. – №4. – С. 129–140.
2. Гончарова О.Н., Резанова Е.В. Моделирование двухслойных течений с учетом испарения на границе раздела на основе точных решений. Часть I // Известия АлтГУ. – 2013. – № 1/1(77). – С. 31–33.

ИМПУЛЬСНЫЙ ИНДУКЦИОННЫЙ НАГРЕВ ПОЛЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ СОЛЕНОИДА В РЕЖИМАХ МНОГООЧАГОВОГО ЗАЖИГАНИЯ МЕТАТЕЛЬНЫХ ЗАРЯДОВ

Синяев С. В., Володченков С. И.

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск

Томский государственный университет, Томск

В ряде прикладных задач многоочагового зажигания метательных зарядов возникает проблема быстрого дистанционного нагрева ансамблей проводников, расположенных в объеме топлива и не имеющих гальванической связи с источником электрической энергии.

В работе приводятся результаты математического моделирования индукционного нагрева полых тонкостенных цилиндрических проводников переменным аксиальным магнитным полем соленоида. Анализ исследуемой схемы нагрева проводится на основе точного аналитического решения одномерной модельной магнитодиффузионной задачи. Решение получено методом интегрального преобразования Лапласа для трех различных режимов изменения внешнего магнитного поля, в том числе для колебательного режима с увеличением или уменьшением амплитуды колебаний с течением времени. Эти режимы могут быть реализованы с помощью электрического разряда одно модульной или многомодульной конденсаторной батареи через катушку-генератор магнитного поля.

Обсуждаются результаты параметрического анализа процесса, включая радиальные распределения вихревых токов, электромагнитной силы и температуры в проводнике.

Обосновывается возможность применения электротехнической (нуль-мерной) модели для описания индукционного нагрева ансамблей проводников в магнитном поле соленоида.

Приводятся оценки электротехнических параметров устройства индукционного нагрева ансамбля проводников суммарной массой порядка одного грамма до температуры в несколько сотен градусов за времена от одной до нескольких миллисекунд.

ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ ПРОДОЛЬНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Томилин А. К.

Томский политехнический университет, Томск

В монографии [1] теоретически и экспериментально обоснован обобщенный закон электромагнитного взаимодействия. Показано, что кроме известной силы Ампера, направленной ортогонально току, при определенных условиях на токнесущий проводник действует электромагнитная сила, направленная вдоль тока. Возникает ряд актуальных задач, связанных с анализом динамики электромеханических систем при наличии неизвестной ранее продольной электромагнитной силы. При этом открываются возможности создания новых технических устройств на основе продольного электромагнитного взаимодействия [2, 3].

В работе показано, что для возбуждения продольных колебаний в упругих стержневых системах в качестве активного элемента удобно использовать тороидальную катушку. Предложены расчетные формулы для определения продольной магнитной силы, действующей на тороидальную катушку в зависимости от ее геометрических размеров и тока, текущего в ней. Описан эксперимент, позволяющий измерить величину продольной магнитной силы в отсутствие всех прочих силовых факторов. Результаты экспериментальных измерений хорошо согласуются с теоретическими расчетами.

Поставлены и решены несколько задач о продольных колебаниях электромеханических систем с учетом продольной электромагнитной силы. Показано, что продольное электромагнитное взаимодействие обладает широким спектром бесконтактных управляющих факторов. В частности оно позволяет возбуждать и гасить колебания определенных форм, производить резонансную настройку, изменять квазиупругие и квазиинерционные характеристики системы.

Литература

1. Томилин А.К., Байзакова Г.А. и др. Колебания континуальных электромеханических систем. – Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2010. – 122 с.
2. Томилин А.К., Прокопенко Е.В. Продольные колебания упругого электропроводного стержня в неоднородном магнитном поле // Вестник ТГУ. Математика и механика. – 2013. – № 1(21). – С. 104–111.
3. Томилин А.К., Прокопенко Е.В. Ультразвуковой генератор с продольным электромагнитным возбуждением // Изв. вузов. Физика. – 2012, № 6/2. – С. 248–251.

К ВОПРОСУ О СУЩЕСТВОВАНИИ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЫ ТОНКИХ ЖЕСТКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ В УПРУГОЙ ПЛАСТИНЕ

Щербаков В. В.

Институт гидродинамики имени М. А. Лаврентьева СО РАН,
Новосибирск

Интерес к вопросам оптимального проектирования внутренней структуры упругих конструкций, содержащих включения и трещины (разрезы), обусловлен использованием композиционных материалов. Традиционный подход к описанию трещин, в том числе трещин отслоения, возникающих между упругой частью и включением, заключается в задании краевых условий типа равенств на берегах трещины. Известно, что получаемые для таких моделей решения граничных задач обладают недостатком с точки зрения механики: противоположные берега трещины могут проникать друг в друга. Внимание исследователей в последние годы привлечено к задачам о равновесии тел с жесткими включениями и трещинами при нелинейных краевых условиях, исключающих взаимное проникание берегов. Учет условий непроникания при отыскании оптимальных форм приводит к серьезным математическим трудностям, поскольку соответствующие задачи формулируются в виде проблем управления для краевых задач с неизвестными границами.

В докладе представлены результаты исследования задачи оптимального управления для эллиптической системы уравнений, описывающей состояние равновесия пластины Кирхгофа – Лява с отслоившимся тонким жестким включением. На берегах трещины отслоения задаются краевые условия непроникания. Установлено существование экстремальной формы тонкого жесткого включения, минимизирующей среднеквадратичное интегральное отклонение изгибающего момента от заданной на внешней границе функции.

Литература

1. Khludnev A.M. Thin rigid inclusions with delaminations in elastic plates // *Europ. J. Mech. A/Solids*. – 2012. – Vol. 32. – Pp. 69–75.

СЕКЦИЯ
“ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА”

НЕКОТОРЫЕ МОДИФИКАЦИИ МОДЕЛИ
РАЙКИНА-ГЕРЦБАХА

Губин В. Н.

Томский государственный университет, Томск

Пусть задана система с дискретным временем. Через некоторый фиксированный промежуток времени D проводится проверка включённых в работу. К моменту начала работы системы имеется r исправных элементов. Стратегией резервирования называется функция $K(r,s)$, такая, что $m \leq K(r,s) \leq r$, заданная на множестве натуральных чисел, которая показывает какое количество элементов нужно включить в работу, если в наличии имеется r исправных элементов, где m – наименьшее количество исправных элементов, которое необходимо включить в работу, чтобы система была исправна. Критерием резервирования назовём функционал, определённый на множестве пар $(r, K(r,s))$, принимающий неотрицательные значения. Стратегию, которая доставляет максимум выбранному критерию, будем называть оптимальной и обозначать $K_0(r,s)$. Обозначим через $T(r,k)$ среднее время работы системы, если на первом шаге в работу включается k исправных элементов, а далее используется оптимальная стратегия, $T(r)$ – математическое ожидание времени безотказной работы при оптимальной стратегии, если в наличии имеется r исправных элементов. Тогда по формуле полного математического ожидания получим

$$T(r,k) = \sum_{i=0}^{k-m} C_k^i p^{k-i} q^i T(r-i) + 1 \quad (1)$$

Рассмотрим класс моделей с управляемым резервом, в котором выполнены следующие свойства:

- 1) $T(r)$ возрастает с ростом r ;
- 2) Отношение $\frac{T(r+1)}{T(r)}$ убывает с ростом r ;
- 3) $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{T(r+1)}{T(r)} = 1$;
- 4) $T(r,k)$ выпукла по k до $K_0(r)+1$ и не возрастает на промежутке от $K_0(r)+1$ до r ;

5) Для оптимальной стратегии выполнено

$$K_0(r) \leq K_0(r+1) \leq K_0(r)+1.$$

Литература

1. Пестов Г.Г., Ушакова Л.В. Исследование оптимальных стратегий в задаче динамического резервирования // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1973. – №5.

2. Герцбах И.Б. Об оптимальном управлении включением резервных элементов // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1966. – №5.

3. Райкин А.Л. Элементы теории надёжности технических систем. – М.: Советское радио, 1978.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕПРЕРЫВНОЙ АВТОРЕГРЕССИИ

Емельянова Т. В.

Томский государственный университет, Томск

В задачах обработки временных рядов, прогнозирования и управления в динамических системах широко используются модели с непрерывным временем, описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями. Зачастую параметры этих уравнений неизвестны и решению основных задач прогнозирования, управления предшествует этап идентификации, заключающийся в оценивании неизвестных параметров. Для решения задач идентификации параметров разработаны различные методы: максимального правдоподобия, наименьших квадратов и др. [1-3]. Использование этих методов усложняется, если получаемые оценки являются существенно нелинейными функциями и поддаются исследованию лишь в асимптотике при неограниченной длительности наблюдений. На практике объем доступных данных конечен и важно знать качество оценок, вычисленных по наблюдениям на ограниченном временном интервале. Для решения задач в неасимптотической постановке требуются методы, позволяющие контролировать точность оценок при малых и умеренных объемах данных. Один из подходов к решению задач идентификации динамических систем в неасимптотической постановке связан с использованием последовательного анализа, при котором длительность наблюдений не фиксируется заранее и определяется специальными правилами накопления данных.

Цель работы – предложить одноэтапную процедуру оценивания, использующую специальное правило остановки наблюдений, которая позволяет контролировать среднеквадратическую точность оценок. Эта процедура является последовательной модификацией оценки МНК и может использоваться при наличии некоторой априорной информации о параметрах.

Литература

1. Арато М. Линейные стохастические системы с постоянными коэффициентами. Статистический подход. – М.: Наука, 1989. – 304 с.
2. Kabanov Yu.M., Pergamenschikov S.M. Two Scale Stochastic Systems: Asymptotic Analysis and Control. – Springer, Berlin, New York, 2002. – 266 p.
3. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. – М.: Наука, 1974.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ АВТОРЕГРЕССИИ, ПОЛУЧЕННЫХ КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ И ЕГО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ МОДИФИКАЦИЕЙ

Иванюк Ю. В., Мирошниченко И. В.

Томский государственный университет, Томск

Авторегрессионная (AR-) модель – модель временных рядов, в которой значения временного ряда в данный момент линейно зависят от предыдущих значений этого же ряда. Авторегрессионный процесс порядка p (AR(p)-процесс) определяется следующим образом

$$x_n = \sum_{k=1}^p \theta_k x_{n-k} + \varepsilon_n, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где последовательность случайных величин $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ образует белый шум.

Одной из основных задач является оценка параметров θ_k . Обычно для оценивания параметров вектора $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ используют метод наименьших квадратов (МНК), определяемые формулами:

$$\theta(n) = (\theta_1(n), \theta_2(n), \dots, \theta_p(n))' = M_n^{-1} \sum_{k=1}^n X_{k-1} X_k. \quad (2)$$

МНК-оценки являются асимптотически нормальными, если корни характеристического полинома $P(z) = z^p - \theta_1 z^{p-1} - \dots - \theta_p$ лежат внутри единичного круга [1, 2].

Одной из модификаций МНК является метод последовательного оценивания. Он определяется заменой объема выборки n в (2) на момент остановки $\tau(h) = \inf\{n \geq 1 : \|M_n^{-2}\|^{1/2} \leq h^{-1}\}$, где h - положительное число. Оценки, полученные по этому методу, являются асимптотически нормальными и на границе единичного круга [3, 4]. В работе получены оценки двумя методами для стоимости акций, а так же построена доверительная область в случае AR(2)-модели.

Литература

1. Андерсон Т.В. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976.
2. Lai T.L., Wei C.Z. Asymptotic properties of general autoregressive models and strong consistency of least-squares estimates of their parameters // Journal of multivariate analysis. – 1983. – Vol. 13. – Pp. 1-23.
3. Кашковский Д.В., Конев В.В. Последовательная идентификация линейной динамической системы со случайными параметрами // Автоматика и телемеханика. – 2008. – С. 82–93.
4. Galtchouk L., Konev V. One asymptotic normality of sequential LS-estimate for unstable autoregressive process AR(p).

ИСТОРИЯ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НА ФАКУЛЬТЕТЕ

Исаева Н. А., Кривякова Э. Н.

Томский государственный университет, Томск

Курс теории вероятностей читался всем студентам математического отделения физико-математического факультета, начиная с первогодонабора. Впервые курс теории вероятностей был прочитан В.Л. Некрасовым для студентов четвертого курса набора 1917 года.

После его смерти (1922 год) курс читал Ф. Э. Молин, практические занятия вела В. А. Соколова. Лекции и практика проводились один раз в неделю в течение семестра. Начиная с 1934 года, читали лекции и вели практические занятия А. К. Минятов и Ф. Нётер. В разные годы курс читался то в пятом, то в шестом, то даже в восьмом семестрах. Однако объем курса менялся в небольших пределах.

В 1939 году в Томском университете начал работать, выпускник ЛГУ З. И. Клементьев. Через короткое время он приступил к чтению курса теории вероятностей (наряду с курсами математического и функционального анализа) З. И. Клементьев читал этот курс студентам всех специальностей факультета до 1956 года включительно. Затем лекции стал читать М. Р. Куваев. Отметим, что ни один из лекторов не занимался научной работой в этом направлении. С 1964 года курс теории вероятностей начал читать В. Г. Фаст, научные интересы которого лежали в области теории вероятностей и математической статистики. В 1965 году впервые на факультете была организована специализация студентов по теории вероятностей и математической статистике. Это направление подготовки студентов успешно работает и до сегодняшнего дня. Среди выпускников специализации несколько докторов наук и десятки кандидатов наук, работающих во многих НИИ и университетах, как России, так и за её пределами.

Литература

1. Личные дела студентов ФМФ и ММФ. Архив ТГУ.
2. Соколова В.А. Годы работы в ТГУ. Рукопись.

УЛУЧШЕННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕГРЕССИИ

Козырев А. С., Пчелинцев Е. А.

Томский государственный университет, Томск

Рассматривается задача оценивания неизвестных параметров $\theta_1, \dots, \theta_p$ по наблюдениям процесса

$$dy_t = \sum_{j=1}^p \theta_j \varphi_j(t) dt + dw_t, \quad 0 \leq t \leq n, \quad (1)$$

где $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p) \in \Theta \subseteq R^p$, $\varphi_j(t)$ - ортонормированная система из пространства $L_2[0, n]$, $(w_t)_{t \geq 0}$ - винеровский процесс. Качество оценки $\hat{\theta}$ измеряется среднеквадратическим риском

$$R(\theta, \hat{\theta}) = E_0 \|\theta - \hat{\theta}\|^2, \quad \|\theta\|^2 = \sum_{j=1}^p \theta_j^2.$$

В работе предлагаются оценки вида

$$\tilde{\theta}_{n,j} = (1 - c / \|\hat{\theta}_n\|)_+ \cdot \hat{\theta}_{n,j}, \quad j = \overline{1, p} \quad (2)$$

где c - некоторая положительная константа, $\hat{\theta}_j$ - оценка МНК, определяемая по формуле

$$\hat{\theta}_{n,j} = \frac{1}{\sqrt{n}} \int_0^n \varphi_j(t) dy_t.$$

Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть наблюдаемый процесс описывается уравнением (1). Тогда оценка (2) с $c = 20(p-1) / (\sqrt{n}(11\sqrt{p} + 9\sqrt{5p-4}))$ превосходит по среднеквадратической точности оценку МНК. Более того справедливо неравенство: $R(\theta, \tilde{\theta}_n) - R(\theta, \hat{\theta}_n) \leq -0.26/n$.

С помощью теоремы Гаека-Лекама [1] установлено, что предложенная оценка (2) является асимптотически оптимальной в минимаксном смысле.

Теорема. Оценка (2) удовлетворяет предельному соотношению

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \sup_{T_n} R(\theta, T_n) = \limsup_{n \rightarrow \infty} \inf_{\theta \in \Theta} R(\theta, \tilde{\theta}_n)$$

где инфимум берется по всевозможным оценкам T_n параметра $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p) \in \Theta \subseteq R^p$.

Замечание. Оценка (2) представляет собой положительную часть улучшенной оценки, предложенной в [2].

Литература

1. Ибрагимов И.А, Хасьминский Р.З. Асимптотическая теория оценивания. – М.: Наука, 1979.
2. Пчелинцев Е.А. Процедура Джеймса-Стейна для условно-гауссовской регрессии // Вестн. Томск. гос. ун-та. Матем. и мех. – 2011. – № 4(16). – С. 6–17.

ИССЛЕДОВАНИЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМЫ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В МОДЕЛИ КОКСА-ИНГЕРСОЛЛА-РОССА

Лыскова А. С.

Томский государственный университет, Томск

В настоящее время наиболее популярной моделью процентной ставки является модель Кокса-Ингерсолла-Росса, когда моделирование процентной ставки имеет следующий вид

$$dr(t) = (a - br(t))dt + \sigma\sqrt{r(t)}dW_t \quad (1)$$

где $\sigma > 0$, $b \in \mathbb{R}$, процесс $q(t)$ -цена вида $q(t) = -\alpha\sqrt{r(t)}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Теорема. Пусть $(W_t)_{t \geq 0}$ – стандартное броуновское движение на $[0; +\infty)$ и функции $A(t, y)$ и $B(t, y)$ удовлетворяют условию Гельдера по переменной y с показателем $1/2$. Тогда для всех $x \in \mathbb{R}^+$ существует единственный согласованный процесс с непрерывными траекториями, принимающий значения из \mathbb{R}^+ и удовлетворяющий уравнению

$$dX_t = A(t, X_t)dt + B(t, \sqrt{X_t})dW_t, X_0 = x \quad (2)$$

В случае когда на β и m наложены следующие условия:

$$1 - 2m \leq \beta \leq 0, m > \frac{1}{2}$$

нашли для нее функцию Ляпунова, что и позволило доказать данную теорему.

Литература

1. Cox J.C., Ingersoll J.E., Ross S.A. A theory of the term structure of interest rates // *Econometric.* – 1985. – Vol.53, No. 2. – Pp. 385–407.
2. Lamberton D., Lapeyre B. *Introduction au Calcul Stochastique appliqué à la finance.* – Editions Ellipses, 1997.
3. Kabanov Y., Pergamenschikov S. *Two-scale Stochastic Systems.* – Springer, 2003.

ОЦЕНИВАНИЕ ФУНКЦИИ В МОДЕЛИ РЕГРЕССИИ С БЕЛЫМ ШУМОМ

Марков Е. Ю., Пчелинцев Е. А.

Томский государственный университет, Томск

Рассмотрим задачу оценивания неизвестной функции $f(t) \in L_2[0,1]$ по наблюдениям процесса $(Y_t)_{0 \leq t \leq 1}$, удовлетворяющего уравнению

$$dY_t = f(t)dt + \varepsilon dW_t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1,$$

где $(W_t)_{0 \leq t \leq 1}$ – стандартное броуновское движение.

В работе с целью повышения среднеквадратического качества оценивания вместо классических проекционных оценок Ченцова [1] и взвешенных оценок Пинскера [2], которые основаны на оценках МНК, предлагаются оценки вида

$$f_{d,\varepsilon}^*(t) = \sum_{j=1}^d \theta_j^* \varphi_j(t) \quad \text{и} \quad f_{l,\varepsilon}^*(t) = \sum_{j \geq 1} l_j^* \theta_j^* \varphi_j(t),$$

где θ_j^* – улучшенные оценки коэффициентов Фурье [3], $(\varphi_j(t))_{j \geq 1}$ – ортонормированная система функций из пространства $L_2[0,1]$, $l_j^* = (1 - k^* a_j)_+$ – весовые коэффициенты, $a_1 = 0$, $a_{2i} = a_{2i+1} = (2i)^\beta$, $i = 1, 2, \dots$, $k^* = \left[\beta / ((2\beta + 1)(\beta + 1)) \right]^{\beta / (2\beta + 1)} \varepsilon^{2\beta / (2\beta + 1)}$, β – порядок гладкости функции $f(t)$. Доказано, что предложенные оценки превосходят по среднеквадратической точности классические оценки Ченцова и Пинскера. Установлена асимптотическая оптимальность оценки $f_{l,\varepsilon}^*(t)$.

Литература

1. Ченцов Н.Н. Оценка неизвестной плотности распределения по наблюдениям // ДАН СССР. – 1962. – № 147. Т.1. – С. 45-48.
2. Pinsker M.S. Optimal filtration of square integrable signals in Gaussian white noise // Problems of Transmission information. – 1981. – Pp. 120-133.
3. Pchelintsev E. Improved estimation in a non-Gaussian parametric regression // Statistical Inference for Stochastic Processes. – 2013. – № 1. V.16. – Pp. 15-28.

АДАПТИВНОЕ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ФУНКЦИИ РЕГРЕССИИ

Пчелинцев Е. А.

Томский государственный университет, Томск

Рассмотрим задачу оценивания неизвестной функции $S(\cdot)$ по наблюдениям $(y_j)_{1 \leq j \leq n}$, которые описываются уравнением

$$y_j = S(t_j) + \xi_j, \quad 1 \leq j \leq n,$$

где $t_j = j/n$, $(\xi_j)_{1 \leq j \leq n}$ – последовательность н.о.р.с.в., $\mathbf{E}\xi_1 = 0$, $\mathbf{E}\xi_1^2 = 1$ и $\mathbf{E}\xi_1^4 = \xi^* < \infty$. Для оценивания функции регрессии $S(\cdot)$ предлагается взвешенная оценка вида

$$S_{\lambda^*}^*(t) = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* \theta_{j,n}^* \varphi_j(t),$$

где $\lambda^* = \arg \min_{\lambda \in \Lambda} \left(\sum_{j=1}^n (\lambda_j^2 \theta_{j,n}^{*2} - 2\lambda_j (\theta_{j,n}^{*2} - n^{-1})) + \rho |\lambda|^2 n^{-1} \right)$ – n -мерный вектор весовых коэффициентов, Λ – конечное множество из $[0,1]^n$ и $\text{card}\Lambda = v$, ρ – положительное число; $\theta_{j,n}^*$ – улучшенные оценки из [1]; $(\varphi_j(t))_{j \geq 1}$ – ортонормированная система в $L_2[0,1]$.

Теорема. Пусть Λ – любое конечное множество из $[0,1]^n$. Тогда для всех $n \geq 3$ и $0 < \rho < 1/3$ оценка $S_{\lambda^*}^*(t)$ удовлетворяет следующему оракульному неравенству

$$\mathbf{E}_S \|S_{\lambda^*}^* - S\|_n^2 \leq \frac{1+3\rho-2\rho^2}{1-3\rho} \min_{\lambda \in \Lambda} \mathbf{E}_S \|S_{\lambda}^* - S\|_n^2 + \frac{1}{n} \left(\frac{16v}{\rho} + 4\alpha \left(1 + v \sqrt{\frac{\xi^*}{n}} \right) + 4v\beta \right),$$

где $\|S\|_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n S^2(t_j)$, $\alpha = \max_{\lambda \in \Lambda} \sum_{j=1}^n \lambda_j$ и

$$\beta = \max_{\lambda \in \Lambda} \sup_{1 \leq l \leq n} \left| \sum_{j=1}^n \lambda_j (\varphi_j^2(t_l) - 1) \right| \cdot \sqrt{\frac{\xi^*}{n}}.$$

Литература

1. Pchelintsev E. Improved estimation in a non-Gaussian parametric regression // Statistical Inference for Stochastic Processes. – 2013. – Vol. 16, № 1. – Pp. 15–28.

РЕГОЛИТ НА ЛУНЕ И ФОБОСЕ

Сибиряков Г. В., Кривякова Э. Н.

Томский государственный университет, Томск

По модели, предложенной Г. Г. Пестовым, был рассчитан поток вторичных частиц на поверхности Луны [1, 2]. Имеются и другие модели для описания характеристик потока частиц, возникающих при ударе и взрыве. В частности, для функции распределения размеров частиц предложено использовать распределение Вейбулла и виды распределений типа гамма-распределения [3]. Естественно, возникает задача сравнения результатов, получаемых по уточненной модели Г. Г. Пестова с результатами, полученными с применением вышеуказанных распределений для потока вторичных частиц на поверхности Луны.

Так как реголит представляет собой осколки горной породы между слоями почвы и коренной подстилающей горной породы, то механизм образования реголита на Луне и других спутниках планет Солнечной системы, по-видимому, один и тот же. Представляет интерес расчет параметров реголита на Фобосе, Меркурии, Церере и других планетах (без атмосферы) Солнечной системы. Интересно также сравнить с расчетными результаты, зафиксированные спускаемыми на Марс аппаратами.

Исследование сформулированных задач и составляет содержание доклада.

Литература

1. Отчет по научно-исследовательской работе «Поток вторичных частиц на поверхности Луны». – Томск, 1977. – 93 с.
2. Отчет по научно-исследовательской работе «Поток вторичных частиц на поверхности Луны, часть 2». – Томск, 1978. – 91 с.
3. Кузнецов В.М. Математические модели взрывного дела. – Новосибирск, Наука. – 261 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОДУКТОВ СО ВСТРОЕННЫМИ БИНАРНЫМИ ОПЦИОНАМИ

Фатьянова М. Э., Семенов М. Е.

Томский политехнический университет, Томск

Структурированные (структурные) инвестиционные продукты (СИП) появились на мировом финансовом рынке относительно недавно, однако данный сегмент рынка активно развивается. Каждый год увеличивается не только номинальный объем инвестиций в СИП, но расширяется и спектр существующих инструментов. СИП представляет собой комбинированный финансовый продукт, сочетающий в себе рисковую и безрисковую составляющие в пропорциях, установленных в момент выпуска, имеющий заранее определенный коэффициент участия покупателя и выпускаемый эмитентами в целях удовлетворения собственных хозяйственных потребностей. Преимущество СИП заключается в возможности найти оптимальное соотношение риска и доходности[1].

Целью данной работы является конструирование СИП со встроенными бинарными опционами.

В настоящей статье рассматривается структурный инвестиционный продукт со встроенными бинарными опционами как инструмент инвестирования на фондовом рынке. Рынок структурированных инвестиционных продуктов потенциально является одним из наиболее привлекательных рынков инвестиционных услуг. Особенностью некоторых структурированных продуктов является функция полной защиты капитала от риска [2]. В данной работе сконструирован структурный инвестиционный продукт со встроенными бинарными опционами. Базовый актив - курс американского доллара к российскому рублю. Было предположено колебание цены курса доллара в интервале от 30,2 руб. до значения 30,7 руб. Таким образом, прогноз оправдался, и инвестор получил доходность от СИП, равную 0,723 %. При этом следует отметить, что доходность по депозиту в 2,1 раз меньше доходности по СИП.

Литература

1. Сундукова О.А. Понятие и сущность структурных финансовых продуктов. –2012. – № 11.– с. 328-330.
2. Некрасова И.В. Структурные продукты как разновидность банковских продуктовых инноваций // Вопросы регулирования экономики. – 2012. – №3. – С. 117–125.

ХЕДЖИРОВАНИЕ В МОДЕЛИ БЛЭКА-ШОУЛСА ПРИ НАЛИЧИИ ТРАНЗАКЦИОННЫХ ИЗДЕРЖЕК

Шевченко Е. А.

Томский государственный университет, Томск

В работе рассматривается задача хеджирования азиатского опциона при наличии транзакционных издержек в модели Блэка-Шоулса. Предполагается, что безрисковый актив постоянен, $B_t = 1 \forall t$, рисковый актив описывается уравнением $dS_t = \sigma S_t dv_t, S_0 > 0$, где $\sigma > 0$ - волатильность, $(v_t)_{t \geq 0}$ - винеровский процесс. Транзакционные издержки постоянны и равны k .

Для решения задачи хеджирования при наличии транзакционных издержек используется стратегия, предложенная Леландом, в которой количество акций γ_t^n в портфеле в момент времени t определяется

$$\gamma_t^n = \sum_{i=1}^n \Phi(v_{(t_{i-1}, t_i)}) \chi_{(t_{i-1}, t_i)}(t), \text{ где } n - \text{ число пересмотра интервалов, } t_i = \frac{i}{n},$$

$v_t = d(t, S_t, \theta)$, $\theta = \theta_n = \sqrt{\sigma^2 + \sigma_0^2} \sqrt{n}$ и $\sigma_0 > 0$ - постоянная. Тогда стоимость портфеля во время t имеет вид

$$V_t^n(S) = C(0, S_0, \theta) + \int_0^t \gamma_u^n dS_u - k J_t^n, \text{ где } J_t^n = J_t^n(S) = \sum_{t_i \leq t} S_{t_i} |\gamma_{t_i}^n - \gamma_{t_{i-1}}^n|.$$

В [1] авторы доказали существование параметра $\sigma_0^2 = 2\sqrt{2}k\sigma/\sqrt{\pi}$, для которого конечная стоимость портфеля сходится к платежной функции по вероятности. Однако, для такого выбора параметра, стратегия Леланда не решает проблему хеджирования опциона.

В работе [2] доказано, что $\forall \sigma_0 > 0$ предельное распределение для конечной стоимости портфеля для стратегии Леланда есть случайная величина со смешанным гауссовским распределением.

Используя этот результат, в работе установлено, что существует такой параметр σ_0 , для которого стратегия Леланда является хеджирующей. Найдена справедливая цена для такого опциона.

Литература

1. Kabanov Yu.M., Safarian M.M. On Leland's strategy of option pricing with transaction costs // Finance and Stochastics. – 1997. – Vol. 1(5). – Pp. 239–250.
2. Pergamenschchikov S.M. Limit theorem for Leland's strategy. – 2009.

СЕКЦИЯ
“ФИЗИЧЕСКАЯ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА”

**НАПРАВЛЕННОЕ ЗАТВЕРДЕВАНИЕ С ДВУХФАЗНОЙ
ЗОНОЙ ПРИ НАЛИЧИИ КИНЕТИКИ И КОНВЕКЦИИ
В РАСПЛАВЕ**

Александров Д. В., Бритоусова А. В., Низовцева И. Г.
Уральский федеральный университет имени первого Президента России
Б.Н.Ельцина, Екатеринбург

Процессы направленного затвердевания расплавов и растворов протекают в различных условиях и сопровождаются разными физико-химическими явлениями, играющими принципиальную роль при построении соответствующих математических моделей. Примерами таких процессов являются кристаллизация слитков, замерзание воды, затвердевание магматических расплавов, образование гранитов и базальтов. Модель Стефана описывает протекающий процесс лишь на качественном уровне, поскольку в ней считается, что кристаллизующаяся система состоит только из двух чистых фаз – твердой и жидкой, которые разделены плоской межфазной границей – фронтом кристаллизации [1, 2].

Проведено теоретическое исследование процесса направленной кристаллизации бинарных систем во фронтальном режиме и в режиме затвердевания с областью фазового перехода с учетом конвективно-кинетических механизмов тепло и массопереноса. Развита нелинейные математические модели процесса, и построены их аналитические решения, соответствующие различным значениям параметров системы.

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы “Научные и научно- педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы (грант 14.А18.21.0858, 14.А18.21.1126, 14.132.21.1382), гранта Президента Российской Федерации молодым ученым 2013-2015 гг., Российского фонда фундаментальных исследований (грант 11-01-00137, 13-01-96013-Урал, 13-08-96013-Урал).

Литература

1. Рубинштнейн Л. И. Проблема Стефана. – Рига: Звайгзне, 1967. – 457 с. 2.
2. Авдонин Н. А. Математическое описание процессов кристаллизации. – Рига.: Зинатне, 1980. – 180 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ДВУХФАЗНОЙ ЗОНЫ ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ БИНАРНЫХ РАСПЛАВОВ

**Александров Д. В., Вихарев С. В., Иванов А. А., Низовцева И. Г.,
Малыгин А. П., Стародумов И. О.**

Уральский федеральный университет имени первого Президента России
Б.Н.Ельцина, Екатеринбург

Большое число физических, механических и химических процессов, связанных с фазовыми или химическими превращениями, традиционно описываются на основе классической фронтальной модели Стефана. Примерами могут служить: испарение жидкостей, рост новой фазы в метастабильной среде, фронтальное горение или фронтальные химические реакции, фильтрационное вытеснение вязких жидкостей в пористых веществах, рост изолированных дендритов и другие. Во многих случаях локально-плоская форма фронта, разделяющего две фазы, нарушается с образованием переходной области, содержащей элементы обеих фаз. В этой двухфазной области граница раздела часто представляет собой сильно разветвленную структуру, обладающую свойствами масштабно-временного самоподобия [1, 2]. В работе исследованы самоподобные свойства двухфазной зоны концентрационного переохлаждения в стационарных и нестационарных условиях направленной кристаллизации бинарных расплавов.

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы (грант 14.А18.21.0858, 14.А18.21.1126, 14.132.21.1382), гранта Президента Российской Федерации молодым ученым 2013-2015 гг. и Российского фонда фундаментальных исследований (грант 11-01-00137, 13-01-96013- Урал, 13-08-96013-Урал).

Литература

1. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 254 с.
2. Falconer K.J. The geometry of fractal sets. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

PIV-ДИАГНОСТИКА СТРУКТУРЫ ФАКЕЛА ПРИ САЖЕПАРОВОМ ГОРЕНИИ ЖИДКИХ УГЛЕВОДОРОДОВ

Алексеев С. В., Ануфриев И. С., Копьев Е. П., Шарыпов О. В.

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

В работе экспериментально исследована структура факела при сажепаровом горении жидких углеводородных топлив. Исследования проводились на горелочном устройстве ~5 кВт для сжигания дизельного топлива при высокой концентрации перегретого водяного пара [Пат.РФ № 2219435]. Горелочное устройство (диаметр 120 мм, высота 200 мм) состоит из цилиндрического корпуса с топкой, топливпровода, воздухопроводов, парогенератора с форсункой и камеры газогенерации. Парогенератор, выполненный в форме кольцевой камеры, содержит три отдельных блока: бачок-испаритель, паросепаратор, пароперегреватель. Цилиндрическая камера газогенерации расположена внутри парогенератора и ориентирована вертикально, а паровая форсунка установлена соосно с ней.

В отсутствие интенсивной струи пара формируется факел, содержащий большое количество сажи, характерный для горения дизельного топлива. В бачке-испарителе происходит нагрев воды и повышение давления до 1 МПа. Часть тепла, выделяющегося при горении, расходуется на дополнительный нагрев пара в пароперегревателе. Перегретый водяной пар истекает в виде струи из паровой форсунки в зону горения. Подача перегретого водяного пара приводит к резкой интенсификации горения. На выходе из горелки образуется яркий короткий факел, не содержащий сажи, с температурой до 1500°C. Этот эффект связан с газификацией продуктов термического разложения углеводородного топлива.

Для диагностики структуры факела была использована PIV-система «Полис». В результате PIV-измерений получена детальная картина течения, выявлены основные структурные особенности потока. Полученные данные могут быть использованы для верификации математических моделей при изучении механизмов, лежащих в основе данного режима горения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы Президиума РАН «Горение и взрыв» и Программы совместных фундаментальных исследований СО РАН и НАНБ (проект № 6).

АЭРОДИНАМИКА ВИХРЕВОЙ ТОПКИ НОВОГО ТИПА

Ануфриев И. С., Шадрин Е. Ю., Шарьпов О. В.

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

При проектировании и разработке новых аппаратов и технологий теплоэнергетики ключевым этапом является физическое моделирование, которое позволяет при низких затратах изучить основные физические процессы в элементах энергетического оборудования с целью оптимизации конструктивных и режимных параметров разрабатываемых устройств.

В данной работе исследуется вихревое топочное устройство новой конструкции с горизонтальной осью вращения и рассредоточенным по периметру тангенциальным вводом топливоздушных струй (патент РФ № 2042084). Основными отличительными особенностями новой конструкции вихревой топки (по сравнению с известной топкой Н.В. Голованова) является: дополнительный тангенциальный подвод топлива, расположенный в нижней части камеры сгорания, и увеличенная ширина горловины диффузора. Наличие в исследуемой конструкции вихревой топки рассредоточенных по периметру (условной окружности камеры горения) горелочных струй, ориентированных в противоположном направлении, обеспечивает гибкость управления структурой течения и режимными параметрами, а горизонтальная ось вращения потока увеличивает полноту выгорания топлива.

Исследование аэродинамических характеристик пространственного турбулентного течения проводилось в изотермической лабораторной модели (изготовленной из оргстекла) с применением полевого метода цифровой трассерной визуализации. В результате измерений получена детальная информация о распределении осредненных и пульсационных характеристиках потока и проанализированы основные особенности структуры течения в исследуемой модели вихревой топки. Показано, что наличие дополнительных (нижних) горелок (по сравнению с конструкцией Н. В. Голованова) позволяет эффективно управлять структурой потока, создавая более благоприятные режимы работы топки.

Исследования выполнены при поддержке РФФИ (грант № 12-08-31004-мол а) и Министерства образования и науки РФ (Соглашения №№ 8193, 8187; ГК 16.740.11.0691) и Стипендии Президента РФ молодым ученым и аспирантам СП-987.2012.1.

ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАЖИГАНИЯ ЛЕСНЫХ ГОРЮЧИХ МАТЕРИАЛОВ ОДИНОЧНЫМИ НАГРЕТЫМИ ЧАСТИЦАМИ

Барановский Н. В., Захаревич А. В.

Томский политехнический университет, Томск

Известно, что одиночные нагретые до высоких температур частицы могут быть источниками зажигания различных конденсированных веществ и жидких топлив. Теоретически обоснована [1] и возможность зажигания лесных горючих материалов (ЛГМ) локальными источниками нагрева. Но до настоящего времени отсутствуют экспериментальные данные, подтверждающие выводы [1]. Целью настоящего исследования является экспериментальное изучение основных закономерностей и условий зажигания типичных, широко распространенных ЛГМ одиночными нагретыми до высоких температур частицами.

Проведенные экспериментальные исследования зажигания ЛГМ нагретыми до высоких температур частицами стали в диапазоне температур, типичном для природных пожаров и реальных пожароопасных источников [2], подтвердили обоснованную ранее теоретически [1] возможность зажигания лесных горючих материалов одиночными “горячими” частицами. Установлены зависимости времен задержки зажигания от начальной температуры частиц. Выделены предельные начальные температуры частиц и их размеры, при которых возможна реализация такого механизма возгорания типичного ЛГМ – опада сосновой хвои, листьев березы, травяной ветоши. Идентифицирован механизм возникновения возгорания при воздействии одиночных нагретых до высоких температур частиц на ЛГМ [3].

Литература

1. Кузнецов Г.В., Барановский Н.В. Численное исследование задачи о зажигании слоя лесного горючего материала нагретой до высоких температур частицей в плоской постановке // Химическая физика и мезоскопия. 2011. Т.13, № 2. С. 173 – 181.
2. Кузнецов Г.В., Барановский Н.В. Прогноз возникновения лесных пожаров и их экологических последствий. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009. 301 С.
3. Захаревич А.В., Барановский Н.В., Максимов В.И. Зажигание лесных горючих материалов одиночными нагретыми до высоких температур частицами // Пожаровзрывобезопасность. 2012. Т. 21. № 4. С. 13 – 16.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ БЫСТРОЛЕТЯЩЕГО СТЕРЖНЯ С СИСТЕМОЙ РАЗНЕСЕННЫХ ДВИЖУЩИХСЯ ПЛАСТИН

Герасимов А. В.

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск

В работе исследуется взаимодействие высокоскоростных стержней с метаемыми им навстречу гладкими разнесенными пластинами. Разрушение, а также отклонение траектории стержней при последовательном динамическом воздействии пластин снижает их проникающую способность и уменьшает возможность пробития корпуса защищаемого объекта.

Задача решается в трехмерной лагранжевой постановке с учетом естественной гетерогенности структуры реальных материалов, влияющей на распределение физико-механических характеристик по объему элементов конструкций и являющейся одним из факторов, определяющих характер разрушения последних.

Для описания процессов деформирования и разрушения твердых тел используется модель сжимаемого идеально упругопластического тела [1]. В качестве критерия разрушения - достижение эквивалентной пластической деформацией своего предельного значения [1]. Влияние начальных неоднородностей структуры материала учитывается вероятностным распределением критерия разрушения по ячейкам расчетной области с помощью модифицированного генератора случайных чисел, выдающего случайную величину, подчиняющуюся выбранному закону распределения [1].

Для численных расчетов предлагается методика, базирующаяся на совместном использовании метода Уилкинса [1] для расчета внутренних точек тела и метода Джонсона [1] для расчета контактных взаимодействий.

Исследовалось последовательное ударное взаимодействие удлиненных стержней с метаемыми им навстречу гладкими разнесенными пластинами. Выявлено влияние числа пластин и расстояния между ними на процессы деформации, разрушения и фрагментации метаемых элементов- стержней.

Литература

1. Теоретические и экспериментальные исследования высокоскоростного взаимодействия тел/Под ред. А.В. Герасимова.–Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. – 572 с.

РАСЧЕТ ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ДВУХФАЗНОЙ СТРУИ РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Гольдин В. Д., Зверев В. Г., Овчинников В. А.

Томский государственный университет, Томск,

НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета,
Томск

Реактивные двигатели на жидком или твердом топливе широко используются в авиационной и ракетно-космической технике. Высокотемпературная струя продуктов сгорания таких двигателей, истекающая в окружающее пространство, может содержать жидкие или твердые частицы. При этом она является источником излучения, которое может оказывать тепловое воздействие на конструктивные элементы летательных аппаратов.

В работе рассматривается расчет переноса излучения в таких струях и определяется лучистый поток от них, приходящий на элементарные площадки поверхности тел. Так как параметр радиационно-конвективного взаимодействия мал, то излучение не влияет на поле течения в струе и на ее термодинамические параметры. Результаты расчета полей течения газовых и двухфазных струй были любезно предоставлены Н. Е. Кувшиновым. В газодинамических расчетах учитывалась полидисперсность двухфазной струи, а также коагуляция и дробление жидких частиц.

При расчете излучения учитывалось как собственное излучение газовых компонент и жидких частиц, так и их поглощение и рассеяние. Уравнение переноса излучения рассматривалось в P_1 -приближении метода сферических гармоник. Полученные уравнения эллиптического типа решались методом Б. Н. Четверушкина. При интегрировании по спектру использовалось 20 интервалов.

Для определения излучения, приходящего от струи на заданную элементарную площадку, использовалась методика угловых коэффициентов.

Результаты расчетов показали, что излучение от двухфазной струи существенно больше, чем от струи чистого газа. Значения лучистых тепловых потоков, приходящих на некоторые поверхности, таковы, что может потребоваться их тепловая защита.

ВЛИЯНИЕ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛОМАССООБМЕНА НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА ПРИ ОБТЕКАНИИ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА ПОД УГЛОМ АТАКИ

Гольдин В. Д., Овчинников В. А.

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета,
Томск

Задача сверхзвукового обтекания затупленного тела под углом атаки является трехмерной, однако поле течения около тела, а также поле температур в нем являются симметричными относительно плоскости угла атаки. Если же тело при этом вращается вокруг своей продольной оси, то эта симметрия теряется вследствие двух эффектов:

1) исчезает симметрия поля течения в пограничном слое; при малых скоростях вращения этот эффект является малым:

2) при гиперзвуковых скоростях обтекания, когда становится существенным аэродинамический нагрев тела, фиксированная точка на его поверхности подвергается периодической во времени тепловой нагрузке; вследствие тепловой инерции колебания температуры тела отстают по фазе от колебаний теплового потока; возникает несимметрия теплового поля.

Второй эффект является заметным даже при малых скоростях вращения: он приводит к несимметрии вязких напряжений и к появлению дополнительных сил и моментов, действующих на тело.

В работе на основе теории пространственного ламинарного пограничного слоя проводится решение задачи нестационарного сопряженного теплообмена для рассматриваемого случая. Уравнения пограничного слоя упрощаются при малых значениях параметра вращения: учитываются только линейные по этому параметру члены. В твердом теле, кроме распространения тепла, учитывается термическое разложение теплозащитного покрытия и фильтрация газообразных продуктов пиролиза.

На основе полученного решения определяются значения аэродинамических характеристик для дополнительных сил и моментов: боковой силы, момента рыскания и момента крена.

О СОЗДАНИИ И РАЗВИТИИ КАФЕДРЫ ФИЗИЧЕСКОЙ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ И НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ

Гришин А. М.

Томский государственный университет, Томск

Кафедра физической и вычислительной механики была создана в результате объединения двух научных коллективов, возглавляемых А. М. Гришиным [1] и В. А. Гридневой [2].

С момента организации кафедры стали развиваться два научных направления:

1. Сопряженные задачи механики реагирующих многофазных сред, информатики и экологии» (научный руководитель проф., д.ф.-м.н. А. М. Гришин).

2. Физика процессов высокоскоростного создания твердых тел (научный руководитель проф., к.ф.-м.н. В. А. Гриднева). В. А. Гриднева являлась выпускницей Московского государственного университета, и она стала читать курс лекций по механике сплошных сред.

Я закончил Саратовский государственный университет (СГУ) под руководством зав. кафедрой проф., д.ф.-м.н. Савелия Владимировича Фальковича. Он имел крепкие деловые связи с Центральным аэродинамическим институтом. Благодаря этому на кафедре теоретической гидромеханики СГУ имелись дозвуковая и сверхзвуковая аэродинамические трубы, гидродинамический лоток и установка для физического моделирования перехода ламинарного течения в турбулентное.

Во время аспирантуры на кафедре физики Саратовского государственного педагогического института я часто участвовал на конференциях по горению, организованных проф. А. Г. Мержановым (г. Черноголовка Московской области, Филиал института химической физики РАН). Активное участие в них принимал профессор В. Н. Вилунов, который работал на физико-техническом факультете ТГУ. Он предложил мне работать в ТГУ. Я дал согласие и был распределен на механико-математический факультет (ММФ) ТГУ. На этом факультете я вскоре защитил кандидатскую и докторскую диссертации и был избран деканом ММФ. Это позволило мне при поддержке ректората ТГУ организовать кафедру физической и вычислительной механики.

В результате деятельности этой кафедры было подготовлено 68 кандидатов и 11 докторов наук. Были установлены деловые связи с

учеными Греции, Италии, Соединенными штатами Америки, Канады, Польши, Франции [2].

В настоящее время можно утверждать, что создана ведущая научно-педагогическая школа [3].

Литература

1. Ведущие научно-педагогические школы Томского государственного университета. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002.

2. Гришин А.М. Мой путь в науку и образовательную деятельность. Кемерово: Изд-во Практика, 2009, 167 с.

3. Гришин А.М. О ведущей научно-педагогической школе «Сопряженные задачи механики многофазных реагирующих сред, информатики и экологии». Кемерово: Изд-во Кемерово: ИНТ, 2011. 208 с.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИРОДНЫХ ПОЖАРОВ И НОВЫЕ СПОСОБЫ БОРЬБЫ С НИМИ

Гришин А. М.

Томский государственный университет, Томск

В докладе излагаются результаты физико-математического моделирования лесных, степных и торфяных пожаров.

Были проведены экспериментальные исследования низовых и верховых лесных пожаров [1-3], а также степных и торфяных пожаров [3,4].

Вначале проводились экспериментальные исследования упомянутых выше природных пожаров, затем на основе экспериментальных данных создавались математические модели.

Затем, используя итерационно-интерполяционный метод [5] на ЭВМ проводились численные расчеты, на основе которых были получены поля температур, скоростей и концентраций компонентов.

Кроме того определялись условия, при которых может прекратиться распространение природного пожара и на этой основе разрабатывались новые способы локализации и тушения лесных, степных и торфяных пожаров [6].

Литература

1. Гришин А.М. Математические модели лесных пожаров. Изд-во ТГУ, Томск, 1981. 277 с.
2. Гришин А.М. Математическое моделирование лесных пожаров и новые способы борьбы с ними. Новосибирск: "Наука", 1992. 407 с.
3. Бурасов Д.М., Гришин А.М. Математическое моделирование низовых лесных и степных пожаров. Кемерово: Изд-во Практика, 2006. 134 с.
4. Гришин А.М., Голованов А.Н., Лобода Е.Л., Фильков А.И., Якимов А.С. Физическое и математическое моделирование возникновения и распространения торфяных пожаров. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2012, 124 с.
5. Гришин А.М., Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Субботин А.Н., Якимов А.С. Итерационно-интерполяционный метод и его приложения // Изд-во ТомГУ, 2004 г., 304 с.
6. Гришин А.М., Алексеев Н.А., Андреев Н.А. Авторское свидетельство СССР N1400619 МКИ А 62 С 1/22 Способ тушения лесных пожаров. Заявка N 4160481. Приоритет от 8.12.88 г. Бюллетень изобретений и открытий N21 от 7.6.88 г. 3 с.

УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА ТЕРМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНОГО ДВУХАТОМНОГО ГАЗА

Ершов И. В.

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), Новосибирск

В докладе рассматриваются проблемы устойчивости плоского течения Куэтта термически неравновесного двухатомного газа. Течение описывается системой уравнений двухтемпературной аэродинамики. Из уравнений этой системы выводятся уравнения для возмущений гидродинамических переменных без ограничения на амплитуды. Построен нелинейный функционал полной пульсационной энергии, для которого получено уравнение энергетического баланса и сформулирована вариационная задача для критического числа Рейнольдса. Асимптотические оценки и численные расчеты показывают, что возрастание степени неравновесности колебательной моды и времени колебательной релаксации при фиксированных числах Маха потока и объемной вязкости приводит к росту значений критических чисел Рейнольдса. Увеличение числа Маха и объемной вязкости также приводит к возрастанию значений критических чисел Рейнольдса. Для сравнения с результатами энергетической теории та же задача рассматривалась в рамках классической линейной теории устойчивости. Для невязкого предела в явном виде для растущих возмущений получены первое и второе необходимые условия Рэлея, уточнено достаточное условие в теореме Ховарда. Выполнены расчеты инкрементов нарастания двумерных четных и нечетных невязких мод. Отмечено, что в отличие от свободного сдвигового слоя, в задаче Куэтта с возрастанием числа Маха инкремент нарастания наиболее неустойчивой четной моды возрастает, стремясь к некоторому пределу, для которого получена асимптотика в форме обыкновенного дифференциального уравнения. Найдены критические числа Рейнольдса, которые на три порядка превосходят значения, рассчитанные по энергетической теории. Тем не менее, результаты расчетов как в невязком, так и в вязком случаях показывают, что эффект уменьшения инкрементов нарастания и повышения критических чисел Рейнольдса при интенсификации релаксационного процесса выражен совершенно определенно.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 11-01-00064а).

ТЕПЛОВАЯ ЗАЩИТА КОНТЕЙНЕРОВ СО ВЗРЫВООПАСНЫМИ ЖИДКОСТЯМИ ОТ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПОЖАРОВ

Зверев В. Г., Гольдин В. Д., Назаренко В. А., Теплоухов А. В.

Томский государственный университет, Томск,

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск

ОАО «Корпорация «Московский институт теплотехники», Москва

При локальном тепловом воздействии от пожара на контейнер с жидкостью нагревается оболочка контейнера и находящаяся в нем жидкость, происходит ее частичное испарение, повышаются температура и давление парогазовой смеси. При достижении напряжений в оболочке предельных значений возможно взрывное разрушение контейнера. Наличие теплозащитного покрытия снижает уровень поступающего в контейнер теплового потока и отдалает время наступления критической ситуации.

В работе рассматривается математическое моделирование этих процессов для контейнера цилиндрической формы (цистерны или баллона). Учитываются следующие процессы: нагрев части внешней поверхности теплозащиты, теплообмен стенок контейнера с изоляцией, жидкостью, паровоздушной смесью, радиационный теплообмен стенок с жидкостью, ее испарение, вспучивание слоя теплозащиты под действием нагрева. Считается, что объемы жидкости и пара можно характеризовать среднеобъемной температурой, зависящей только от времени. Испарение жидкости происходит в равновесном режиме и определяется давлением насыщенных паров. Распространение тепла в теплозащитном покрытии и стенках контейнера учитывается в двумерном приближении, а вспучивание покрытия – в квазиодномерном. В процессе расчета вычисляются напряжения в оболочке и определяется момент нарушения герметизации контейнера, что соответствует взрыву. Результаты расчетов сравниваются с имеющимися экспериментальными данными.

Показано, что использование вспучивающегося теплозащитного покрытия на внешней поверхности контейнера может существенно отсрочить момент его взрыва.

СПОСОБ ПРИМЕНЕНИЯ ИНЕРТНЫХ ГАЗОВ ДЛЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ И ТУШЕНИЯ ОЧАГА ТОРФЯНОГО ПОЖАРА В ЦЕЛЯХ ОХРАНЫ БОЛОТНЫХ ЭКОСИСТЕМ

Зима В. П., Касымов Д. П., Гришин А. М.

Томский государственный университет, Томск

Предлагается усовершенствованная методика локализации и тушения очага торфяного пожара, применяющая в качестве огнетушащего реагента инертный, экологически чистый углекислый газ. В качестве прототипа принимается способ локализации и тушения, который основан на применении воды и инертных газов. Показана эффективность предложенной модификации, приводится сравнение показателей эффективности методики на основе подачи воды и подачи углекислого газа.

В настоящей работе рассматривается тушение очага горения торфа с использованием инертных газов и огнегасительных средств. Это углекислый газ и бромэтиловые составы [1].

На рисунке 1 представлена схема подачи инертного газа в очаг горения:

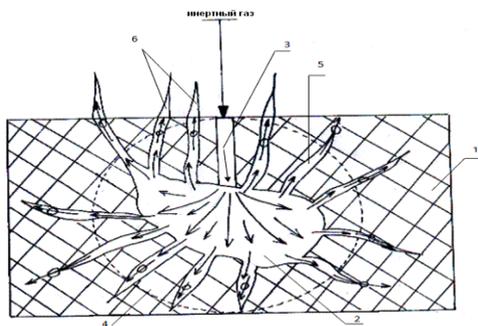


Рис.1 Схема подачи инертного газа. 1 – слой торфа; 2 – очаг горения; 3 – канал для подачи инертного газа; 4 – область, примыкающая к очагу горения; 5 – поры в слое торфа; 6 – продукты горения торфа; —> - направление движения инертного газа; —○> -направление движения воздуха.

Литература

1. Поляков В.Д. Физико-химические способы и средства тушения пожаров на судах // М.: Изд-во Морской Транспорт, 1957г., 235 с.

О ВЛИЯНИИ РАЗМЕРА ЗЕРНА НА ШЕРОХОВАТОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

^{1,2}**Зиновьева О. С., ²Романова В. А.**

¹Томский государственный университет, Томск

²Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

Было показано [1, 2], что в процессе нагружения на изначально плоской, свободной поверхности материала возникают рельефные образования различной формы и масштаба (шероховатость). Цель работы – численно исследовать влияние размера зерна на процессы развития поверхностного деформационного рельефа. Для реализации цели были разработаны многоуровневые модели механического поведения поликристаллической стали в условиях квазистатического нагружения. В качестве модельного материала была выбрана сталь ЭК-181, характеризующаяся высоким пределом текучести и ярко выраженным деформационным упрочнением. Зеренная структура вводилась в расчеты в явном виде. Трехмерные поликристаллы с периодической структурой сгенерированы при помощи метода пошагового заполнения. На мезоуровне кристаллиты различались упругими и пластическими характеристиками. Функция упрочнения для стали была получена путем аппроксимации экспериментальных данных [2]. Задача решалась методом конечных разностей.

Продемонстрировано, что размер зерна оказывает значительное влияние на характеристики шероховатости. Показано, что в материале с более мелким зерном большее количество зерен вовлечено в формирование складки. Поскольку пластическая деформация внутри складки осуществляется за счет движения зерен друг относительно друга, складка, содержащая большее количество зерен, характеризуется большей способностью к аккомодации. Средняя высота таких складок растет медленнее с ростом пластической деформации. Однако наличие мелких складок в структуре крупных приводит к более выраженной локализации пластического течения.

Литература

1. Поверхностные слои и внутренние границы раздела в гетерогенных материалах / Р.Р. Баллонов [и др.]; под ред. В.Е. Панина. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2006.
2. Панин А.В. и др. Повышение прочностных характеристик стали ЭК-181 на основе многоуровневого подхода физической мезомеханики // Физ. мезомех. – 2007. – Т. 10. – № 4. – С. 73-86.

ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕЙСТВИЯ ПРИРОДНЫХ ПОЖАРОВ НА МОДЕЛИ ДЕРЕВЯННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Касымов Д. П.

Томский государственный университет, Томск

Лесные пожары, являясь значимым фактором, определяющим глобальные изменения в экологических системах, в большинстве происходят по вине человека. Несмотря на все принимаемые меры, природные пожары наносят огромный ущерб природе, здоровью людей, инфраструктуре и экономике. Таким образом, представляется интерес экспериментальных исследований по изучению влияния природных пожаров на города и поселки с целью уточнения существующих мер противопожарной безопасности.

В данной работе рассматривается вопрос перехода пожара на деревянные конструкции в лабораторных условиях.

В качестве модели деревянной стены брались различные сорта древесины: сосна, лиственница, береза, кедр с заранее измеренными характеристиками (влагодержание, масса, характерный размер и т.д.), моделирующие стену дома из бревна и бруса.

Для решения поставленной задачи использовалось следующее оборудование: испытательный комплекс по исследованию лесных, степных и торфяных пожаров [1], тепловизор JADE J530SB с матрицей 320*240 пикселей, диапазон измеряемых температур -15...+1500 °С, автоматизированная система сбора и регистрации данных, анализатор влажности и электронные весы.

В ходе лабораторных экспериментов получены и проанализированы зависимости изменения температуры от времени на поверхности деревянной стены термпарным методом. Тепловизионная съемка действия пламени от ЛГМ на смоделированную деревянную конструкцию позволяет зафиксировать участки наибольшего и наименьшего нагрева, а на основе этого дать рекомендации по защите жилых и производственных деревянных построек от действия природных пожаров.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-01-00673-а, проект № 11-01-00228_a).

Литература

1. Патент на изобретение № 237/220. Испытательный комплекс для моделирования лесных, степных и торфяных пожаров / Гришин А. М., Зима В. П., Кузнецов В.Т., Фильков А. И. З-ка № 2008/17660 от 04.05 2008, опубл. 27.10.2009. Бюл. № 30.

О МЕХАНИЗМЕ ЗАГЛУБЛЕНИЯ ОЧАГА ГОРЕНИЯ ТОРФА

Касымов Д. П., Зима В. П., Гришин А. М.

Томский государственный университет, Томск

В данной работе на основе существующих данных и экспериментальных исследований рассмотрен вариант заглужения очага горения торфа с учетом ботанического состава.

Предложено объяснение самозаглужения фронта горения с учетом ботанического состава торфа. Для торфов характерно двухвершинное распределение частиц по размерам, связанное с наличием в торфе, с одной стороны, грубодисперсных частиц растительных составов, и с другой стороны-высокодисперсной фракции, состоящей из продуктов разложения [1].

В результате лабораторных экспериментов по закиганию торфа, термопарным методом были получены зависимости изменения температуры от времени для различного влагосодержания исследуемых образцов торфа, подтверждающие выдвинутое предположение о механизме заглужения очага горения в торфе.

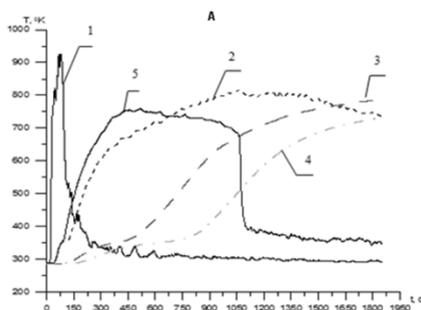


Рис.1 Зависимость изменения температуры от времени. 1-температура в слое ЛГМ, 2-изменения температуры на границе слоя торфа и ЛГМ, 3-изменение температуры на оси внутри слоя торфа на расстоянии $1 \cdot 10^{-2}$ м от термопары 3 (см. рис. 3), 4-изменение температуры на оси внутри торфа на расстоянии $2 \cdot 10^{-2}$ м, 5-изменение температуры в нижней части массы торфа

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 11-01-00673-а, проект № 11-01-00228_a).

Литература

1. Чураев Н.В. Водные свойства, структура и процессы переноса влаги в торфе // М.: Москва 1961г., 45 с.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИК-ДИАГНОСТИКИ ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ОБЪЕКТОВ, ЭКРАНИРОВАННЫХ СЛОЕМ ПЛАМЕНИ, ОБРАЗУЮЩЕМСЯ ПРИ ГОРЕНИИ РАСТИТЕЛЬНЫХ ГОРЮЧИХ МАТЕРИАЛОВ И ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПЛАМЕНИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ПРИРОДНЫХ ПОЖАРОВ

¹Лобода Е. Л., ²Рейно В. В., ¹Столярчук Н. Д.

¹Томский государственный университет, Томск

²Институт оптики атмосферы имени В. Е. Зуева, Томск

В работе приводятся результаты экспериментального исследования влияния пламени, образующегося при горении растительных горючих материалов (РГМ) на регистрацию температуры абсолютно черного тела (АЧТ) с помощью методов ИК-диагностики. Приводятся коэффициент ослабления излучения АЧТ слоем пламени и некоторые особенности применения методов ИК-диагностики для решения данной задачи. В работе приведены спектры излучения пламени в сравнении со спектром излучения АЧТ.

Интенсивность ИК-излучения пламени и модели АЧТ и их распределение температуры регистрировалось при помощи тепловизора JADE J530SB с узкополосным дисперсионным оптическим фильтром F0616 со спектральным интервалом 2,5-2,7 мкм, позволяющим измерять температуру в диапазоне 583-1773 К с погрешностью измерений не превышающей 1% и частотой регистрации 50 кадров/с. Дополнительно температура в пламени на оси АЧТ и вне его видимости тепловизором контролировалось при помощи термопар типа ВР с диаметром спая 50 мкм. Температура пламени дополнительно контролировалась термопарой и по ней корректировалось среднее значение коэффициента излучения $\varepsilon=0,77$ пламени.

В результате проведения эксперимента было обнаружено, что регистрируемая тепловизором температура АЧТ при появлении перед ним пламени возрастает не более, чем на 10% от истинной температуры АЧТ T_{BB} . При этом регистрируемая температура АЧТ имеет многократные изменения как и изменения температуры в пламени, измеренные вне оси видимости АЧТ.

В данной работе описываются особенности измерения температуры в пламени при лабораторных и натурных исследованиях природных пожаров. Приводятся характерные частоты, присутствующие в спектре изменения температуры в пламени.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-01-00673-а.

ЗАДАЧА ДЕФОРМАЦИИ УПРУГОГО ТЕЛА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ЖЕСТКОГО ЭЛЕМЕНТА

Малоземов А. В.

Томский государственный университет, Томск

В статье представлен пример математической технологии по определению формы свободной поверхности упругого тела при его контактном взаимодействии с абсолютно недеформируемым элементом. Такие процессы имеют место и являются важными в задачах контактного взаимодействия деталей механических систем в условиях наличия и эффективного действия в них смазочных материалов, когда касательные напряжения являются минимальными, а нормальные напряжения играют определяющую роль в распределении усилий в системе. Вычислительная технология расчета напряженно-деформированного состояния упругой несжимаемой среды, основанная на использовании понятия упругого потенциала φ [1,2]. Простота технологии делает ее более доступной и предпочтительной в сравнении с любыми предложенными к настоящему времени математическими моделями и программными пакетами.

Решение задачи расчета φ будем строить итерационно-разностным методом, то есть с использованием простейших симметричных аппроксимаций для вторых производных и метода простой итерации для перерасчета значений искомой величины в узлах разностной сетки. Получив рекуррентную формулу для пересчета значений φ во внутренних точках области и граничных условий, находим распределения для всех компонентов перемещений.

На рис. 1. Представлены результаты сжатия упругого куба с ребром 0,2 м недеформируемым кубическим элементом с ребром 0,04 м.

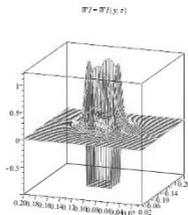


Рис. 1. Нормальная компонента перемещений на свободной поверхности.

Литература

1. Демидов С.П. Теория упругости. – М. : Высшая школа, 1979. – 340 с.
2. Хан Х. Теория упругости. Основы линейной теории и ее применения. – М. : Мир, 1988. – 344 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ТОЛСТОСТЕННОГО ТРУБОПРОВОДА ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СРЕДОЙ

Овчинников И. И.

Саратовский государственный технический университет, Саратов

В статье [1] описана модель деформирования и разрушения одномерных конструктивных элементов, подвергающихся обезуглероживанию в жидком натрии, определены значения коэффициентов модели и исследовано поведение стержневого элемента круглого поперечного сечения, взаимодействующего с жидкометаллической средой (натрием). Трубчатые элементы являются основными конструктивными элементами теплообменного оборудования с жидкометаллическими теплоносителями. Условия эксплуатации таких конструкций предполагают длительное совместное воздействие механических нагрузок, высокой температуры и жидкометаллической среды.

Для расчета элементов конструкций, находящихся в условиях ползучести при сложном неоднородном напряженном состоянии вводится гипотеза о том, что механические свойства в точке элемента конструкции с концентрацией углерода C такие же, как и в образце с однородной концентрацией C .

Уравнения ползучести и накопления повреждений имеют вид:

$$dp_u/dt = A \cdot p_u^{-\alpha} \left(\frac{\sigma_u}{1-\Pi} \right)^k, p(0) = 0, \quad (1)$$

$$d\Pi/dt = B \cdot \sigma_{\text{экс}}^n / (1-\Pi)^{n+S}, \Pi(0) = 0, \Pi(t_p) = 1 \quad (2)$$

При использовании метода последовательных возмущений параметров расчет трубы сводится к решению уравнения:

$$\frac{d^2 \Delta \sigma_r}{dr^2} + P(r) \cdot \frac{d \Delta \sigma_r}{dr} + Q(r) \cdot \Delta \sigma_r = F(r). \quad (3)$$

Для получения полной системы разрешающих уравнений к уравнению (3) с граничными условиями следует присоединить уравнения (1) и (2) и зависимости коэффициентов выражений (1) и (2) от C и T . К каждой группе уравнений следует добавить соответствующие граничные и (или) начальные условия.

Литература

1. Овчинников И.И. Деформирование и разрушение стержневого элемента, подвергающегося обезуглероживанию в жидкометаллической среде / И.И. Овчинников // Строительная механика и расчет сооружений. М. 2013. №1. с. 70-73.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СРЕДЫ НА ПОВЕДЕНИЕ ТОЛСТОСТЕННОГО ТРУБОПРОВОДА

Овчинников И. И.

Саратовский государственный технический университет, Саратов

Рассматривается методика расчета напряженно-деформированного состояния и долговечности толстостенного трубопровода в жидкометаллической среде. Считается, что трубопровод предварительно прогрет до определенной температуры T , затем к нему прикладываются соответствующие нагрузки, а после этого он помещается в жидкометаллическую среду. На этапе силового нагружения для определения напряженно-деформированного состояния трубы необходимо решить двухточечную краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.

Аналогичная, но уже неоднородная краевая задача

$$\frac{d^2 \Delta \sigma_r}{d^2 r} + P(r) \cdot \frac{d \Delta \sigma_r}{dr} + Q(r) \cdot \Delta \sigma_r = F(r), \quad (1)$$

решается на каждом шаге по времени при определении напряженно-деформированного состояния на этапе погружения в жидкометаллическую среду (деформирования во времени). Для расчета разработана специальная методика, включающая этап силового нагружения и этап деформирования во времени, включающий пошаговую процедуру установления граничных условий для уравнения диффузии углерода.

Программный комплекс, созданный для выполнения расчетов, состоит из управляющей процедуры и отдельных модулей - процедур для решения частных задач алгоритма.

Расчеты показали, что под действием обезуглероживания в жидком натрии происходит сокращение времени жизни толстостенной трубы - примерно на 22 %; деформации ползучести при разрушении могут достигать 60% и более; в случае обезуглероживания происходит смещение зоны разрушения от внешней поверхности трубы в частично обезуглероженную зону сечения (1/4 от поверхности); максимальные напряжения в сечении могут служить критерием, определяющим долговечность толстостенной трубы, таким критерием служит поврежденность, учитывающая кинетику изменения напряженного состояния.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПАНЕЛЕЙ В РЕЖИМЕ ПОЛЗУЧЕСТИ С ДЕФОРМАЦИОННЫМ СТАРЕНИЕМ

^{1,2}Олейников А. И., ¹Бормотин К. С.

¹Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, Комсомольск-на-Амуре

²Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, Комсомольск-на-Амуре

При изготовлении деталей в медленных высокотемпературных режимах необходимо знать граничные условия, которые определяют заданную остаточную конфигурацию после упругой разгрузки. Такие задачи формулируются в виде обратных задач формообразования [1]. Численный метод решения таких задач сводится к итеративному методу решения вариационных неравенств совместно с методом конечных-элементов. Доказаны условия сходимости итеративного метода, которые совпадают с численными результатами [2].

Учет деформационного старения в процессе формообразования детали требует определения зависимости свойств материала от времени. На примере сплава В95 предложен закон изменения свойств в процессе деформирования в режиме ползучести с деформационным старением, соответствующего ступени термообработки. Проведено моделирование задач формообразования с учетом данных свойств в системе MSC.Marc для крыльевых панелей [3]. Даны сравнительные результаты.

Литература

1. Цвелодуб И.Ю. Постулат устойчивости и его приложения в теории ползучести металлических материалов. – Новосибирск: Институт гидродинамики СО АН СССР, 1991. – 202 с.
2. Бормотин К.С. Итеративный метод решения обратных задач формообразования элементов конструкций в режиме ползучести // Вычислительные методы и программирование. 2013. Т.14. Раздел 1. С. 141-148.
3. Аннин Б.Д., Олейников А.И., Бормотин К.С. Моделирование процессов формообразования панелей крыла самолета SSJ-100 // ПМТФ. 2010. Т.51. №4. С.155-165.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА ОТРЫВНЫХ ДОЗВУКОВЫХ ГАЗОКАПЕЛЬНЫХ ПОТОКОВ

Пахомов М. А.

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

Взаимодействие между мелкими частицами и турбулентным газовым потоком является сложным процессом и не донца изученным явлением. Двухфазные течения с жидкими частицами в технических устройствах, как правило, анизотропные и могут быть осложнены межфазным теплообменом, испарением капель или отрывом потока. Наличие рециркуляционного течения оказывает значительное влияние на интенсивность процессов переноса импульса, теплоты и массы и определяют структуру турбулентного двухфазного течения.

Целью работы является проведение численного исследования распространения дисперсной примеси, турбулентности газовой фазы и теплообмена после внезапного расширения трубы двухфазного потока.

Для описания динамики течения и тепломассопереноса в газовой и дисперсной фазах использовались эйлеров и лагранжевы подходы для начального размера капель $d_1 = 0 - 200$ мкм и их начальной массовой концентрации $M_{L1} = 0-0.1$. Для моделирования турбулентности газа в работе применялась модель переноса рейнольдсовых напряжений, модифицированная на случай присутствия дисперсной фазы. Расчет компонент пульсаций скорости, температуры и турбулентного теплового потока дисперсной фазы осуществляется с использованием модели переноса рейнольдсовых напряжений. Динамика дисперсной примеси моделировалась с использованием модели Continuous Random Walk (CRW) являющегося более точным, чем известный метод Stochastic Separated Flow (SSF). Поле концентрации частиц рассчитывалась в рамках так называемого полного лагранжева подхода Осипцова.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований (проект РФФИ 11-08-00112) и гранта Президента РФ для молодых докторов наук (МД 670.2012.8).

О ФОРМАЛИЗАЦИИ АСТРОНОМИЧЕСКОГО ВЛИЯНИЯ НА СЕЙСМИЧНОСТЬ

Приходовский М. А.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Проблема прогнозирования землетрясений в настоящее время, несмотря на значительные усилия специалистов, далека от полного решения. Уже практически никто не отрицает влияние внешних причин, таких как солнечная активность и расположение космических тел относительно Земли. Однако точная оценка этого влияния не построена, что не позволяет пока приблизиться к решению проблемы прогноза. В 2004 году в [1] автором предлагалась одна из возможных формализованных величин для оценки внешнего гравитационного воздействия, вертикальная проекция производной от равнодействующей силы в данной точке земной поверхности (инверсия). Гипотеза автора позже нашла подтверждение в различных исследованиях российских и иностранных учёных, например, [2–4]. В интервью «Российской газете» академик, вице-президент РАН Николай Лаверов рассказал о предположении, что крупное землетрясение в Японии произошло из-за смещения центра масс системы Земля-Луна. «По словам академика, как действует этот механизм, ученые пытаются понять еще со времен Ньютона. Но пока не поняли. Работают до сих пор. Разбираются во всех тонкостях взаимодействия Луны и Земли» [3]. «Французские и американские учёные, изучив гигантский массив данных по 440 тысячам землетрясений, произошедшим с 1973, пришли к выводу, что как минимум 0,5-1% подземных толчков силой менее 4 баллов по шкале Рихтера происходят по вине нашего естественного спутника» [4]. В связи с этим формализация исследования астрономического влияния на сейсмичность приобретает особую актуальность. Автором предлагается методика расчёта инверсии в каждой точке земной поверхности и метод формализации исследования космического влияния.

Литература

1. Приходовский М.А. О возможной зависимости сейсмичности от производной ускорения// Материалы межд. конф. «Сопряжённые задачи механики, информатики и экологии», ТГУ, 5-10 июля 2004 г.
2. Беляков А.С., Журавлев В.И., Лукк А.А. Суточная периодичность слабых землетрясений и высокочастотного подземного шума на Камчатке // Физика Земли. 2011. № 4. С. 16-38.
3. <http://kp.ru/daily/25653/817255/> 18.03.2011
4. <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2008.12.024>

О ПАРАДОКСЕ В ПОВЕДЕНИИ ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЕ В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ ПРИЛОЖЕНИЯ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛЫ

Сейранян С. П.

Институт механики НАН РА, Ереван, Армения

Обсуждается предельный переход в компонентах решения Навье [1] для локально нагруженной на прямоугольной площадке равно-мерным давлением прямоугольной свободно опертой пластины. Устремлением сторон прямоугольника приложения нагрузки к нулю при поддержании результирующей силы постоянной и переходом к пределу, получены предельные значения для всех третьих частных производных от прогиба по переменным x и y в замкнутом прямоугольнике плана пластины G с исключенной точкой приложения сосредоточенной силы (ξ, η) . Доказана их непрерывность в $G \setminus (\xi, \eta)$ как функций двух переменных x и y . Установлено, что в $G \setminus (\xi, \eta)$ произвольное трехкратное частное дифференцирование по x и y и предельный переход от локальной нагрузки к сосредоточенной, последовательно примененные к прогибу, перестановочны.

Исследуется предельное поведение перерезывающих сил N_x, N_y в названной пластине под сосредоточенной нагрузкой при приближении к точке (ξ, η) по некоторым кривым. Найдены различные кривые, движение по которым приводит к различным как конечным, так и бесконечным предельным значениям. Отмеченное поведение величин N_x, N_y в изотропной пластине представляется парадоксом.

Литература

1. Тимошенко С.П., Войновский – Кригер С. Пластинки и оболочки. – Пер. с англ. М.: Физматгиз, 1963, 635с.
2. Сейранян С.П. О парадоксе в поведении крутящего момента в окрестности точки приложения сосредоточенной силы // Актуальные проблемы механики сплошной среды. Труды III Международной конференции, посвященной 100-ю академика Н.Х. Арутюняна, г. Цахкадзор, Армения, 8 - 12 октября, 2012, т. 2, с. 194 - 198.

ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЯ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Сенатова О. А., Люкшин Б. А.

Томский государственный университет, Томск

В простейших математических моделях композиционный материал (КМ) представляется в виде двух или более фаз с четкой разделяющей их границей. В таких моделях не учитывается характер взаимодействия различных фаз в композиции. В первом приближении свойства объемных фаз меняются скачкообразно на разделяющей их поверхности. На самом же деле, при введении армирующих частиц в матрицу нарушается случайный характер расположения молекул матрицы в окрестности включения. Образуется область с переходными свойствами между матрицей и наполнителем, так называемый межфазный слой (МФС). [1] По различным оценкам толщина МФС составляет величину порядка 1/10 от радиуса включения, а модуль упругости примерно вдвое больше, чем у матрицы. [2] Для более точной оценки эффективных свойств КМ необходимо вводить в рассмотрение МФС. Вследствие потери хаотичного характера ориентации молекул матрицы межфазный слой уже нельзя считать изотропным. Свойства МФС остаются одинаковыми вдоль границы включения, однако изменяются в направлении нормали к этой границе.

В работе рассматривается случай одноосного растяжения плоской пластины с равномерно распределенными включениями и межфазным слоем вокруг них.

Принимаются условия периодичности структуры дисперсно наполненной композиции, что позволяет рассматривать так называемый «представительный объем».

В работе рассмотрены различные модели композиционного материала и оценено количественное различие модуля продольной упругости при их использовании.

Литература

1. Сенатова О.А. Оценка влияния межфазного слоя на деформационные и прочностные характеристики полимерного композиционного материала.– Таганрог: тез. Актуальные проблемы физики, 2012.
2. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М: Машиностроение, 1988. – 271 с.

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ И ТЕНЗОРНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ

Федосеева Е. Л.

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Лысьвенский филиал, Лысьва

Для решения практически важных инженерных задач механики деформируемого твердого тела представляет интерес использование современного математического аппарата интервального исчисления [1], позволяющего учитывать не только погрешности округления чисел при проведении вычислительных экспериментов, но и диапазоны возможных изменений (в случае недетерминированной постановки) свойств материалов, начальных и граничных условий, геометрических и других характеристик. При выполнении расчетов необходимы основные операции над объектами, которые представлены в виде интервалов и тензоров. В работах [1, 2] определены основные операции над такими объектами.

Интервальные и тензорные вычисления рассмотрены в прикладных задачах механики деформируемого твердого тела: температурное поле цилиндра, напряженно-деформированное состояние неравномерно нагретого цилиндра.

Определены основные операции над интервальными векторными и тензорными объектами, инвариантными относительно преобразования систем координат. С использованием разработанного подхода решен ряд задач механики деформируемого твердого тела. Результаты расчетов показывают, что возможна оценка диапазонов изменения характеристик напряженно-деформированного состояния деталей машин и механизмов при заданных диапазонах изменения входных данных. Предложенный аппарат интервальных операций над векторными и тензорными объектами может быть использован для решения прикладных инженерных задач в условиях неполноты исходной информации о свойствах материалов, параметрах изделий, размерах конструкций, начальных и граничных условиях, при использовании методов нечеткой логики, статистического моделирования и проч.

Литература

1. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 360 с., ил.

2. Boyarshinov M. G. Interval vectors and tensors in applied engineering problems // J. of Eng. Phys. and Thermophysics. – 2011. – Vol. 84. – No. 2, March. – Pp. 451-462.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА СЕТКАХ, АДАПТИРОВАННЫХ К НАПРАВЛЕНИЮ ВЕКТОРА СКОРОСТИ ГАЗА

Цимбалюк А. Ф.

Томский государственный университет, Томск

Рассматривается течение монодисперсной смеси газа и сферических частиц в сверхзвуковых неизобарических струях, для случая истечения в затопленное пространство, давление в котором существенно меньше давления на срезе сопла. В подобные течениях поток в районе кромки сопла разворачивается на большие углы, вплоть до образования обратного течения. В качестве математической модели взята хорошо апробированная модель взаимопроникающих континуумов [1]. Для расчета газа используется широко распространенный стационарный аналог метода С.К. Годунова [2], который был модифицирован на характеристические сетки, автоматически адаптирующиеся к направлению потока газа. Для расчета частиц применен метод [3], который также модифицирован на произвольные четырехугольные сетки.

Проведены систематические расчеты для струй как с равномерным распределением параметров на срезе сопла, так и с распределением типа источника. В расчетах варьировались: число Маха ($1,01 \div 3$), степень нерасчетности струи ($10 \div 10^6$), диаметр частиц ($5 \text{ мкм} \div 200 \text{ мкм}$), отношение расхода частиц к суммарному расходу ($0,1 \div 0,5$). В качестве материала частиц брался кристаллический Al_2O_3 . Показана эффективность предлагаемой модификации метода.

Литература

1. Стернин Л.И., Маслов Б.Н., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. - М.: Машиностроение, 1980. - 172с.
2. Иванов М.Я., Крайко А.Н., Михайлов Н.В. Метод сквозного счета двумерных и пространственных сверхзвуковых течений, I // ЖВМ и МФ, 1972, т.12, №2, с.441-463., II // ЖВМ и МФ, 1972, т.12, №3, с.805-813.
3. Кроу, Шарма, Сток. Численное исследование газокпельных потоков с помощью модели «капля-внутренний источник» Теоретические основы инженерных расчетов. 1977. Т. 99, №2. 150-159.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ВЕЕРНОЙ СТРУИ

Цимбалюк А. Ф.

Томский государственный университет, Томск

Исследованию нестационарных сверхзвуковых струй посвящено существенно меньше работ, чем исследованию установившихся струйных потоков [1]. Информация о формировании импульсной веерной струи в литературе практически отсутствует, несмотря на практическую важность такого течения. Рассматривается радиальное нестационарное истечение газа из разрыва трубопровода, через мгновенно образовавшуюся цилиндрическую щель. В основу моделирования положена модель идеального политропного газа [2], хорошо зарекомендовавшая себя для расчета струйных течений [1, 3].

Для численного расчета газа используется метод С. К. Годунова [4]. Алгоритм был реализован в виде пакета прикладных программ TUBE для ПК. Пакет имеет дружественный к пользователю интерфейс и может использоваться для оценки последствий аварийных ситуаций.

Проведены систематические расчеты, в которых варьировались: первоначальный перепад давлений, отношение ширины щели к диаметру, а так же показатель адиабаты газ в трубе. Выявлены основные закономерности подобных течений.

Литература

1. Голуб В.В., Баженова Т.В. Импульсные сверхзвуковые струйные течения. - М.: Наука, 2008. – 279с.
2. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. - 424с.
3. Авдучевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г. Сверхзвуковые неизобарические струи газа. М.: Машиностроение, 1995. – 248с.
4. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ, ИСТЕКАЮЩЕЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ПОЛОСТЬ

Цимбалюк А. Ф.

Томский государственный университет, Томск

Рассматривается истечение политропного невязкого, нетеплопроводного газа, образовавшегося при мгновенном сгорании массы топлива m в цилиндрическом объеме, в длинную круглую трубу. Для численного расчета используется метод С. К. Годунова [1, 2], который имеет второй порядок точности как по временной, так и по пространственным координатам. Для исключения нефизических результатов в алгоритм введена энтропийная коррекция [3]. Верификация алгоритма проводилась сравнением с имеющимися аналитическими решениями (точечный источник, начальный участок плоской перерасширенной струи), так и результатами других авторов.

Проведены систематические расчеты, в которых варьировались: m и геометрические параметры. Как показали расчеты в поле течения образуется сложная ударно-волновая динамическая структура.

Из результатов расчетов видно, что возможна реализация двух типов течения: «диссипативного» для малых значений m , когда головная ударная волна (лидер) вырождается в плоский скачок, и «снарядный» для больших значений m когда лидер – конический скачок уплотнения. Форма ударной волны важна, например, при применении импульсного нанесения покрытий.

Литература

1. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400с.
2. Аукин М.К., Тагиров Р.К. Конечно-разностная схема второго порядка для расчета трехмерных сверхзвуковых течений идеального газа. //ЖВМ и МФ, т.29, №7, с. 1057-1066.
3. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 607с.

ИССЛЕДОВАНИЯ В НАТУРНЫХ УСЛОВИЯХ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРЯЩИХ ЧАСТИЦ В РЕЗУЛЬТАТЕ ПОЖАРА В СОСНОВОМ ЛЕСУ

¹Houssami M., ¹Mueller E., ²Фильков А.И., ¹Thomas J., ³Skowronski N.,
³Mell W., ³Gallagher M., ³Clark K., ¹Simeoni A.

¹BRE Centre for Fire Safety Engineering, the University of Edinburgh,
Edinburgh, UK

²Томский государственный университет, Томск

³USDA Forest Service, Northern Research Station, Morgantown, WV, New
Lisbon, NJ and Newtown Square, PA

Проблема распространения лесных пожаров, которые являются причиной воспламенения домов и строений, существует уже более 100 лет. Это так называемые пожары на природно-урбанизированных территориях.

Основными факторами, влияющими на воспламенение строительных материалов и распространения таких пожаров являются радиационный и конвективный перенос тепла от пламени и горящие частицы, которые могут упасть на строительные конструкции и привести к их воспламенению.

Разработка эффективной методики для характеристики генерации горящих частиц и их падения позволит предложить решения для предотвращения возгораний на природно-урбанизированных территориях. Для этих целей был проведен комплексный натурный эксперимент на сосновом участке леса в районе Нью-Джерси, США в марте 2013 года.

Было протестировано несколько методов для характеристики генерации горящих частиц. Сбор частиц осуществляли на разных площадках и анализировали по распределению массы и размеров. Было обнаружено, что большинство частиц (от 70 до 89%) были кусочками коры. Около 30% всех частиц имели массу от 10 до 20 мг, и только несколько из них более 0,1 г. Около 80% всех частиц имели площадь поверхности в диапазоне $0-20 \times 10^{-5} \text{ м}^2$. Толщина частиц не превышала 0,5 см. Количество частиц уменьшалось с увеличением их площади поверхности. Было установлено, что количество частиц той же площади поверхности и массы на площадке 3 в 6 раз больше по сравнению с площадкой 1, которая был на краю участка и площадки 2, которая была покрыта пленкой, позволяющей отделить частицы упавшие после пожара.

Этот эксперимент является первым в своем роде и многие результаты носят качественный характер. Однако они будут уточнены в результате будущих экспериментов для получения количественных данных.

Исследования выполнены в рамках гранта по Постановлению Правительства Российской Федерации № 220 от 09 апреля 2010 г. по договору с Министерством образования и науки Российской Федерации № 14.В25.31.0001 от 24 июня 2013 г. (БИО-GEO-CLIM)», стипендии Президента СП-3968.2013.1, грантов РФФИ (проекты 11-01-00673-а, 11-01-00228-а и 12-01-00142-а).

СЕКЦИЯ
“ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ТОПОЛОГИЯ”

**ДИСКРЕТНЫЕ УРАВНЕНИЯ В СВЕРТКАХ
В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ**

Васильев А. В.

Белгородский государственный университет, Белгород

Рассматривается классическое уравнение в свертках [1,2] в полупространстве $R_+^m = \{x \in R^m : x = (x_1, \dots, x_m), x_m > 0\}$ с суммируемым ядром $K(x)$, a - постоянная,

$$au(x) + \int_{R_+^m} K(x-y)u(y)dy = v(x), x \in R_+^m, \quad (1)$$

строится его дискретный аналог на решетке $Z_{h,+}^m$ с шагом $h > 0$ в пространстве $L^2(Z_{h,+}^m)$ функций $u_d(x)$ дискретного аргумента

$$au_d(\tilde{x}) + \sum_{\tilde{y} \in Z_{h,+}^m} K(\tilde{x} - \tilde{y})u_d(\tilde{y})h^m = v_d(\tilde{x}), x \in Z_{h,+}^m, \quad (2)$$

и показывается, что разрешимость последнего уравнения эквивалентна разрешимости некоторой краевой задачи Римана. Кроме того, из разрешимости уравнения (1) вытекает разрешимость уравнения (2) при малых $h > 0$. Для специальных типов дискретных сверток есть более сильные результаты [3].

Литература

1. Гохберг И.Ц., Фельдман И.А. Уравнения в свертках и проекционные методы их решения. – Москва: Наука, 1971. – 352 с.
2. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. – Москва: Наука, 1978. – 296 с.
3. Vasilyev A.V., Vasilyev V.B., Discrete singular operators and equations in a half-space. – Azerb. J. Math. – 2013. – Vol. 3, No. 1. – Pp.84–93.

***P*-РЕФЛЕКСИВНОСТЬ СВОБОДНЫХ АБЕЛЕВЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ГРУПП**

Гензе Л. В.

Томский государственный университет, Томск

Топологическую группу G будем называть *P*-рефлексивной, если естественный гомоморфизм $k: G \rightarrow G^{**}$ во вторую группу характеров G^{**} является топологическим изоморфизмом. Хорошо известен классический результат Понтрягина–ван Кампена, согласно которому любая локально компактная абелева группа является *P*-рефлексивной.

Отдельный интерес вызывает вопрос о *P*-рефлексивности свободных абелевых топологических групп $A(X)$ тихоновских пространств X . Известно, что если X не дискретно, то $A(X)$ не локально компактна, поэтому теорема Понтрягина–ван Кампена в этой ситуации не работает. Тем не менее, группа $A(X)$ может быть *P*-рефлексивной и для не дискретного пространства X : из результатов работ [1] и [2] следует, например, что для компактов X *P*-рефлексивность группы $A(X)$ эквивалентна нульмерности X .

В работе [3] введено понятие свободной абелевой n -периодической топологической группы $A^{[n]}(X)$ тихоновского пространства X .

Оказалось, что свойства групп $A^{[n]}(X)$ могут существенно отличаться от свойств групп $A(X)$. Например, топологическая изоморфная классификация групп $A^{[n]}(X)$ отличается от аналогичной классификации групп $A(X)$ в случае, когда X - это отрезок ординалов. По другому ведут себя группы $A^{[n]}(X)$ и по отношению к *P*-рефлексивности. Обсуждению вопросов *P*-рефлексивности групп $A^{[n]}(X)$ и будет посвящен доклад.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.В37.21.0354 «Сохранение алгебраических и топологических инвариантов и свойств отображениями»); а также в рамках темы 2.3684.2011 Томского государственного университета.

Литература

1. Pestov V. Free abelian topological groups and the Pontryagin–van Kampen duality // Bull. Austral. Math. Soc. – 1995. – Vol. 52. – Pp. 297–311.
2. Galindo J., Hernandez S. Pontryagin–van Kampen reflexivity for free Abelian topological groups // Forum Math. – 1999. – № 11. – Pp. 399–415.
3. Гензе Л.В. Свободные n -периодические топологические группы // Вестн. Томского ун-та. Математика и механика. – 2010. – № 3(11). – С. 23–28.

ПОЛИНОМИАЛЬНО НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ И ТОПОЛОГИИ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ НЕПРЕРЫВНОСТИ

Гриншпон Я. С.

Томский университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Пусть k – это произвольное целое неотрицательное число или символ ∞ . Вещественную функцию двух переменных $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ назовем k -полиномиально непрерывной, если для любого многочлена от одной переменной $P(x)$, степень которого не превышает k (произвольной степени при $k = \infty$), функции $f_{P(x)}(x) = f(x; P(x))$ и $f^{P(x)}(x) = f(P(x); x)$ непрерывны как функции одной переменной. Заметим, что классы раздельно непрерывных и линейно непрерывных функций ([2]) совпадают с классами k -полиномиально непрерывных функций при $k = 0$ и $k = 1$ соответственно.

На вещественной плоскости \mathbf{R}^2 аналогично введенным в [1] топологиям раздельной непрерывности \mathbf{R}^2_s и \mathbf{R}^2_{sr} и топологиям линейной непрерывности \mathbf{R}^2_l и \mathbf{R}^2_{lr} , зададим топологии k -полиномиальной непрерывности $\mathbf{R}^2_{p(k)}$ и $\mathbf{R}^2_{p(k)r}$, непрерывность относительно которых равносильна k -полиномиальной непрерывности. Открытыми в топологии $\mathbf{R}^2_{p(k)}$ считаются те множества, сечения которых графиками многочленов степени не выше k , являются открытыми на числовой прямой \mathbf{R} . Рассмотрим теперь семейство всех вполне регулярных топологий на \mathbf{R}^2 , которые слабее топологии пространства $\mathbf{R}^2_{p(k)}$. Тогда $\mathbf{R}^2_{p(k)r}$ – это пространство \mathbf{R}^2 , наделенное слабой топологией, которая сильнее всех топологий из данного семейства.

В работе показано, что топологии $\mathbf{R}^2_{p(k)}$ не являются регулярными, а топологии $\mathbf{R}^2_{p(k)r}$ являются вполне регулярными, но не являются нормальными. Также приведены примеры множеств, различающих топологии $\mathbf{R}^2_{p(k)}$ и $\mathbf{R}^2_{p(k)r}$ при различных k , т.е. указаны множества, замкнутые в одних топологиях и не замкнутые в других.

Литература

1. Гриншпон Я.С. Топологии линейной непрерывности. // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2010. № 1(9). С. 15-20.
2. Piotrowski Z., Valin R.W. Separately continuous functions: approximations, extensions, and restrictions // International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences. 2003. V. 54. P. 3469-3477

ДОПОЛНЯЕМЫЕ ПОДПРОСТРАНСТВА В $C_p(X)$

Гулько С. П.

Томский государственный университет, Томск

Векторное подпространство в топологическом векторном пространстве называется дополняемым, если на него существует линейная непрерывная проекция. $C_p(X)$ – пространство всех непрерывных вещественных функций, наделенное топологией поточечной сходимости.

Теорема. Пусть X – метрическое пространство и L – дополняемое подпространство в $C_p(X)$. Тогда L содержит дополняемое подпространство, которое линейно гомеоморфно пространству c_0 (наделенному топологией поточечной сходимости) или пространству $s = R^\omega$.

Назовем топологическое векторное пространство E примарным, если из того, что $E = L \oplus M$, следует, что одно из пространств L или M линейно гомеоморфно самому E .

Следствие. Пространства c_0 и s являются примарными.

Кроме того, доказана примарность целого ряда пространств вида $C_p(X)$.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.В37.21.0354 «Сохранение алгебраических и топологических инвариантов и свойств отображениями»); а также в рамках темы 2.3684.2011 Томского государственного университета.

О КЛАССИФИКАЦИИ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ГРУПП ВИДА $C_p(X, S^1)$, ГДЕ X – КОНЕЧНОМЕРНЫЙ ПОЛИЭДР

Гулько С. П., Титова А. В.

Томский государственный университет, Томск

Хорошо известно, что для конечномерного полиэдра X пространство вида $C_p(X, S^1)$ линейно гомеоморфно пространству $C_p(\Delta, R^1)$, где Δ – симплекс тогда и только тогда, когда $\dim X = \dim \Delta$ [1]. Если вещественную прямую заменить на окружность (которую нам удобнее рассматривать как $R^1 \text{ mod } 1$), то размерность перестает быть единственным инвариантом. Например, $C_p(\Delta, S^1)$ и $C_p(S^n, S^1)$, где $\dim \Delta = n$, не являются изоморфными группами. В работе доказан ряд фактов об изоморфности групп $C_p(X, S^1)$, где X – конечномерный полиэдр. В частности:

1. Группы вида $C_p(\Delta, S^1)$ и $C_p(S^n, S^1)$ (и целый ряд других подобных групп) изоморфны своей счетной c_0 – степени.

2. Односторонняя поверхность может быть эквивалентна двухсторонней поверхности.

3. $C_p(\Delta, S^1)$ является дополняемым подгруппой в любой группе $C_p(X, S^1)$, ее содержащей.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.В37.21.0354 «Сохранение алгебраических и топологических инвариантов и свойств отображениями»); а также в рамках темы 2.3684.2011 Томского государственного университета.

Литература

1. Павловский Д.С. О пространствах непрерывных функций // ДАН СССР. – 1980. – Т. 253, № 1. – С. 38–41.

ОДНОРОДНОСТЬ И АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ОДНОРОДНОСТЬ

Козлов К. Л.

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Москва

Пространство X называется однородным, если для любых точек x и y существует гомеоморфизм f , при котором $f(x) = y$. Пространство, являющееся факторпространством топологической группы называется алгебраически однородным. Любое однородное сепарабельное метризуемое локально компактное пространство алгебраически однородно [1]. Существуют однородный не алгебраически однородный бикомпакт [2] и польское однородное не алгебраически однородное пространство [3]. В докладе будет рассказано о топологии действий групп на не алгебраически однородных пространствах.

Литература

1. Ungar G.S. On all kinds of homogeneous spaces // Trans. Amer. Math. Soc. – 1975. – Vol. 212. – Pp. 393-400.
2. Федорчук В.В. Пример однородного бикомпакта с несовпадающими размерностями // ДАН АН СССР. – 1971. – Т. 198 (6). – С. 1283–1286.
3. J. van Mill Homogeneous spaces and transitive actions by Polish groups // Israel. J. Math. – 2008. – Т. 165 (1). – С. 133–159.

РАВНОМЕРНАЯ ВЫПУКЛОСТЬ ЕДИНИЧНОЙ СФЕРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Корытов И. В.

Томский политехнический университет, Томск

В задачах представления линейного функционала через локально суммируемые функции требуется, чтобы пространство пробных функций обладало свойством рефлексивности. Известно, что пространство с равномерно выпуклой единичной сферой является рефлексивным, и для него справедливы неравенства Кларксона. При нормировании пространства Соболева обязательным является включение функции и всех частных производных наивысшего заданного порядка в выражение нормы. Включение производных промежуточных порядков, а также коэффициентов при них, остается произвольным. В предшествующих исследованиях задача о представлении функционала могла быть решена заданием нормы через обратное преобразование Фурье фундаментального решения некоторого дифференциального уравнения. Предлагается нормирование пространства Соболева без участия псевдодифференциальных операторов. Доказывается справедливость неравенств Кларксона для пространства $\tilde{W}_p^{(m)}(\Delta)$ Соболева периодических функций нескольких переменных с нормой:

$$\|f|_{\tilde{W}_p^{(m)}(\Delta)}\| = \left(\int_{\Delta} \sum_{k=0}^m \frac{m!}{k!(m-k)!} \sum_{|\alpha| \leq m} \frac{k!}{\alpha!} |D^\alpha f|^p dx \right)^{1/p},$$

где Δ – фундаментальная область, единичный n -мерный куб с отождествленными противоположными гранями, $p \in (1, \infty)$, $pm > n$.

Для любых функций $\varphi, \psi \in \tilde{W}_p^{(m)}(\Delta)$ справедливы:

первое неравенство Кларксона, $p \in [2, \infty)$

$$\left\| \frac{\varphi + \psi}{2} \right\|^p + \left\| \frac{\varphi - \psi}{2} \right\|^p \leq \frac{1}{2} (\|\varphi\|^p + \|\psi\|^p);$$

второе неравенство Кларксона, $p \in (1, 2]$

$$\left\| \frac{\varphi + \psi}{2} \right\|^{p-1} + \left\| \frac{\varphi - \psi}{2} \right\|^{p-1} \leq \left(\frac{1}{2} \|\varphi\|^p + \frac{1}{2} \|\psi\|^p \right)^{\frac{1}{p-1}}.$$

ТОЖДЕСТВА НА ОСНОВЕ ПРОИЗВОДЯЩЕЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ ПОЛИНОМОВ БЕРНУЛЛИ

Кручинин Д. В., Кручинин В. В.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск

Полиномы Бернулли имеют важное теоретическое и практическое значение в решении математических задач.

Производящая функция полиномов Бернулли имеет вид [1]:

$$A(t, x) = \frac{te^{xt}}{e^t - 1} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(x) \frac{t^n}{n!}.$$

Найдем коэффициенты взаимной производящей функции 2 путями:

$$V(t, x) = \frac{t}{A(t, x)} = \frac{e^t - 1}{e^{xt}}.$$

Откуда приравнявая выражения коэффициентов для k -ой степени производящей функции $V(t, x)^k$, получим тождество:

$$\frac{1}{n!} \sum_{j=0}^k (-1)^{k-j} \binom{k}{j} (j - kx)^n = \sum_{i=k}^n \left\{ \begin{matrix} i \\ k \end{matrix} \right\} \frac{k! (-kx)^{n-i}}{i! (n-i)!}.$$

Используя теорему обращения Лагранжа получим коэффициенты k -ой степени обратной производящей функции $tA(t, x)$, где $n > 0$:

$$\sum_{k=0}^n (k+1)^2 \binom{2n}{k+1} B_k(x) \sum_{j=0}^n (-1)^{n-j} \binom{n}{j} (j - nx)^{2n-k-1} = 0.$$

А зная что $[t^n]V(t, x)^n = 1$, то получим тождество

$$\frac{1}{n!} \sum_{j=0}^n (-1)^{n-j} \binom{n}{j} (j+x)^n = 1,$$

где x – любое число.

Литература

1. Kruchinin D.V., Kruchinin V.V. Application of a composition of generating functions for obtaining explicit formulas of polynomials // J. Math. Anal. Appl. – Vol. 404, No. 1. – Pp. 161–171.

О ЗАВИСИМЫХ ПОДПРОСТРАНСТВАХ В $C_p C_p(X)$

Лазарев В. Р.

Томский государственный университет, Томск

В статье [1] введены следующие понятия:

Определение. Скажем, что подпространство B в $C_p C_p(X)$ *зависит* от подмножества A в X , если $f(\varphi) = f(\psi)$ при всех $f \in B$, $\varphi, \psi \in C_p(X)$ таких, что $\varphi|_A \equiv \psi|_A$. Скажем, далее, что B *допускает непрерывную факторизацию* через A , если для каждого $f \in B$ найдётся непрерывное отображение $f_0 : C_p(X|A) \rightarrow \mathbb{R}$ такое, что $f = f_0 \circ p_A$, где $p_A : C_p(X) \rightarrow C_p(X|A)$ – отображение сужения.

Относительно введённых понятий поставлен следующий вопрос (Problem 3.3 и Problem 3.4 в [1]):

Пусть $B \subset C_p C_p(X)$. Существует ли $A \subset X$ такое, что $s(A) \leq s(B)$ ($hl(A) \leq hl(B)$, $hd(A) \leq hd(B)$) и B зависит от A , либо B допускает непрерывную факторизацию через A ? Здесь символы s , hl , hd означают соответственно спрэд, наследственное число Линделёфа и наследственную плотность.

Заметим, что если B зависит от A , то B допускает непрерывную факторизацию через A .

Ранее в [2] автором найдено всюду плотное подпространство $\hat{L}_p(X) \subset C_p^0 C_p(X)$ функционалов с конечным носителем, содержащее пространство линейных функционалов и установлено, что отображение носителя полунепрерывно снизу. Эти факты позволяют дать частичный положительный ответ на поставленный вопрос. А именно, справедлива следующая

Теорема. Если $B \subset \hat{L}_p(X)$, то существует $A \subset X$ такое, что B зависит от A и $hl(A) \leq hl(B)$.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (соглашение 14.В37.21.0354); а также в рамках темы 2.3684.2011 Томского государственного университета.

Литература

1. Okunev O. Homeomorphisms of function spaces and hereditary cardinal invariants // Topol. and its Appl. – 1997. – Vol. 80. – Pp. 177–188.

2. Лазарев В.Р. О модификации понятия функционала с конечным носителем // Вестник Томского государственного университета. – 2007. – № 298. – С. 119–120.

КВАНТОВАНИЕ АБЕЛЕВОЙ N=1 СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ ТЕНЗОРНОЙ КАЛИБРОВОЧНОЙ ТЕОРИИ

Мерзликин Б. С.

Томский политехнический университет, Томск

Классическая абелева тензорная суперсимметричная теория содержит лагранжиан антисимметричного тензорного поля второго ранга (АТП) [1, 2]. Модели с АТП являются калибровочными, причем генераторы калибровочных преобразований линейно зависимы. Заметим, что АТП является компонентным полем кирального спинорного суперполя [3] и естественным образом возникают в некоторых моделях супергравитации и теории суперструн [4].

Суперсимметричное расширение теории антисимметричного тензорного поля второго ранга задается действием

$$S[B, \bar{B}, A] = \frac{1}{2} \int d^6 z W^\alpha B_\alpha + \frac{1}{2} \int d^6 \bar{z} \bar{W}_\alpha \bar{B}^\alpha - \frac{1}{2} \int d^8 z A^2 - \frac{1}{2} \int d^8 [D^\alpha B_\alpha + \bar{D}_\alpha \bar{B}^\alpha]^2.$$

Выберем функцию фиксации калибровки в следующем виде: $G = i / 2 (D^\alpha B_\alpha - \bar{D}_\alpha \bar{B}^\alpha)$ и используя методы квантования вырожденных теорий [3] после некоторых преобразований получим эффективное действие рассматриваемой модели

$$\Gamma[A] = \frac{1}{4} \left[\int d^6 z (W^\alpha W_+^{-1} W_\alpha + \bar{W}_\alpha W_-^{-1} \bar{W}^\alpha) - \int d^8 z A^2 \right]. \quad (1)$$

Рассматривая действие (1) на уравнения движения получим действие для скалярного (анти-)кирального суперполя:

$$\Gamma[A] |_{A=\phi+\bar{\phi}} = -\frac{1}{2} \int d^8 z \phi \bar{\phi}.$$

На основе полученного результата можем заключить, что суперсимметричная модель абелева тензорного мультиплетта квантово эквивалентна теории безмассового скалярного суперполя.

Благодарности: Работа выполнена в рамках государственного заказа вузам РФ (проект № 1.604.2011).

Литература

1. Ogievetsky V.I. and Polubarinov I.V. Sov. J. Nucl. Phys. V.4 (1967)
2. Freedman D.Z. and Townsend P.K. Nucl. Phys. **B** 177 (1981)
3. Buchbinder I.L. and Kuzenko S.M. Nucl. Phys. **B** 308 (1988)
4. Witten E. Nucl. Phys. **B** 268 (1986)
5. Clark T., Lee C. and Love S. Phys.Rev. **D** 39 (1989)

О СЧЕТНОЙ СИЛЬНОЙ ВЕЕРНОЙ ТЕСНОТЕ ПРОСТРАНСТВА НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ В МНОЖЕСТВЕННО-ОТКРЫТОЙ ТОПОЛОГИИ

Осипов А. В.

ИММ УрО РАН им. Н.Н.Красовского, Екатеринбург

УрФУ им. первого президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург

Определение. Функционально открытое покрытие U пространства X назовем **л-f-покрытием**, если для каждого A из \mathcal{L} существует U из U такое, что $A \subseteq U$.

Обозначим через \mathcal{L} множество всех л-f-покрытий пространства X .

Пусть \mathcal{L} замкнутая ρ -сеть из C -компактных подмножеств пространства X такая, что для любого C -компактного подмножества $A \subseteq B \in \mathcal{L}$ следует, что $A \in \mathcal{L}$.

Теорема 1. Пространство $Sl(X)$ имеет счетную веерную тесноту тогда и только тогда, когда X имеет свойство $S\check{f}in(\mathcal{L}, \mathcal{L})$.

Теорема 2. Для тихоновского пространства X следующие утверждения эквивалентны:

1. $Sl(X)$ имеет счетную сильную веерную тесноту;
2. X имеет свойство $S1(\mathcal{L}, \mathcal{L})$.

Теорема 3. Для тихоновского пространства X следующие утверждения эквивалентны:

1. $Sl(X)$ имеет счетную T -тесноту;
2. для каждого регулярного кардинала ς и каждой возрастающей последовательности $(U_\alpha : \alpha < \rho)$ функционально открытых подмножеств пространства X такой, что $\bigcup_{\alpha < \rho} U_\alpha$ является л-f-покрытием пространства X , существует $v < \varsigma$ такое, что U_β л-f-покрытие пространства X .

НЕПРЕРЫВНОСТЬ ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ

Полухина А. В., Хмылёва Т. Е.

Томский государственный университет, Томск

В работе Архангельского А. В. и Бокало Б. М. [1] введен класс разреженно непрерывных функций, более узкий, чем класс функций первого класса Бэра, но более широкий, чем класс непрерывных функций. В данной работе рассматривается множество $V(K)$ всех выпуклых вещественнозначных функций, определенных на выпуклых компактах $K \subset R^n$ и находятся условия, при которых все функции $f \in V(K)$ являются разреженно непрерывными. Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1 Пусть K выпуклый компакт и $SC(K)$ -пространство всех вещественнозначных разреженно непрерывных функций, заданных на компакте K . Следующие условия эквивалентны:

(1) $V(K) \subset SC(K)$.

(2) множество крайних точек компакта K не более, чем счетно.

В доказательстве данной теоремы используются свойства разреженно непрерывных функций, доказанные в работе [2].

Теорема 2. Пусть $K \subset R^n$ выпуклый компакт, множество крайних точек которого несчетно. Тогда для любого ординала $\alpha < \omega_1$ существует выпуклая функция $f \in V(K)$, принадлежащая α -ому классу Бэра.

В доказательстве теоремы 2 используется тот факт, что множество крайних точек компакта K - это множество типа G_δ [3].

Теорема 3. $K \subset R^n$ выпуклый компакт, множество крайних точек которого несчетно. Тогда существует выпуклая функция $f \in V(K)$, неизмеримая по Борелю.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (соглашение 14.В37.21.0354); а также в рамках темы 2.3684.2011 Томского государственного университета.

Литература

1. Arkhangel'skii V. Tangency of topologies and tangential properties of topological spaces. // V. Arkhangel'skii, B. Bokalo: Topology. – 1992. – 54. – 160-185 p.
2. Taras Banakh, Bogdan Bokalo On scatteredly continuous maps between topological spaces. Topology and its Applications 157, 2010.
3. Фелпс Р. Лекции о теоремах Шоке: Пер. с англ. – М.:Изд – во Мир, 1968. – 112с.

СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКИЕ МЕРЫ ГИББСА ДЛЯ МОДЕЛИ ПОТТСА НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ

Рахматуллаев М. М.

Наманганский государственный университет, Узбекистан

Пусть $\tau^k = (V, L)$, $k \geq 1$ есть дерево Кэли порядка k , где V – множество вершин, L – множество ребер τ^k .

Известно, что τ^k можно представить как G_k -свободное произведение $k+1$ циклических групп второго порядка [1, 2].

Известно, что каждой мере Гиббса для модели Поттса можно сопоставлять совокупность векторов $h = \{h_x, x \in G_k\}$ удовлетворяющих

$$h_x = \sum_{y \in S(x)} F(h_y, \theta) \quad (1)$$

где $S(x)$ -множество "прямых потомков" [1], точки $x \in V$ и $F : (h_1, \dots, h_{q-1}) \in R^{q-1} \rightarrow F(h, \theta) = (F_1, \dots, F_{q-1}) \in R^{q-1}$ определяется как:

$$F_i = \ln \left\{ \left[(\theta - 1)e^{h_i} + \sum_{j=1}^{q-1} e^{h_j} + 1 \right] / \left[\theta + \sum_{j=1}^{q-1} e^{h_j} \right] \right\}.$$

Для $x \in G_k$ обозначим через $x_\downarrow = \{y \in G_k : x, y \in S(x)\}$. Пусть $G_k / \bar{G}_k = \{H_1, \dots, H_r\}$ фактор группа.

Определение. Совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$ назовем \bar{G}_k -слабо периодической, если $h_x = h_y$, при $x \in H_i$, $x_\downarrow \in H_j$, $\forall x \in G_k$.

Пусть $A \subset \{1, 2, \dots, k+1\}$ и H_A соответствующий ему нормальный делитель индекса 2 (см.[1]).

Теорема. При $|A|=1, 2$, $k=2$, существует критическое значение $\alpha_{cr} = 1 + 2\sqrt{q-1}$, такое, что при $0 < \alpha < \alpha_{cr}$ существует по крайней мере одна H_A -слабо периодическая мера Гиббса; при $\alpha = \alpha_{cr}$ существуют по крайней мере две H_A -слабо периодические меры Гиббса; при $\alpha > \alpha_{cr}$ существуют по крайней мере три H_A -слабо периодические меры Гиббса.

Литература

1. Ганиходжаев Н.Н., Розиков У.А. ТМФ, 1997, Т.111, N1, с.109-117.
2. Розиков У.А. ТМФ, 1997, Т.112, N1, с.170-176.

СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИ ПОТТСА

Рахматуллаев М. М., Расулова М. А.

Наманганский государственный университет, Узбекистан

Пусть $\tau^k = (V, L)$, $k \geq 1$ есть дерево Кэли порядка k , где V - множество вершин, L - множество ребер τ^k . Известно [1], [2], что τ^k можно представить как G_k - свободное произведение $k+1$ циклических групп второго порядка. Мы рассматриваем модель, где спин принимает значения из множества $\Phi = \{1, 2, \dots, q\}$, $q \geq 2$.

Пусть $G_k/G_k^* = \{H_1, \dots, H_r\}$ фактор группа, где G_k^* - нормальный делитель индекса $r \geq 1$. В работе рассматривается случай $q = 3$.

Определение 1. Конфигурация $\sigma(x)$, $x \in V$ называется G_k^* -слабо периодической, если $\sigma(x) = \sigma_j$ при $x \in H_i, x \in H_j$ и при любом $x \in G_k$.

Гамильтониан модели Поттса с конкурирующими взаимодействиями имеет вид

$$H(\sigma) = J_1 \sum_{\substack{\langle x, y \rangle, \\ x, y \in V}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} + J_2 \sum_{\substack{x, y \in V: \\ d(x, y) = 2}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)},$$

где $J_1, J_2 \in R$, δ_{uv} - символ Кронекера.

Определение 2. Конфигурация ϕ называется основным состоянием относительного гамильтониана H , если

$$U(\phi_b) = \min \left\{ U_{i,n} : i = 0, \dots, k+1, n = 0, \dots, \left[\frac{k+1-i}{2} \right] \right\}$$

для любого $b \in M$.

Теорема. При $k \geq 4$ и $|A| = k$ существует не менее 6 слабо периодических основных состояний.

Литература

1. Розиков У.А., Рахматуллаев М.М. ТМФ, 2009, Т.160, N3, с. 507-516.
2. Ботиров Г.И., Розиков У.А. ТМФ, 2007, Т. 153, N1, с. 86-97.

О ЛИНЕЙНЫХ ГОМЕОМОРФИЗМАХ ПРОСТРАНСТВ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ НА ПРОИЗВЕДЕНИЯХ ЛИНЕЙНО УПОРЯДОЧЕННЫХ ПРОСТРАНСТВ

Трофименко Н. Н., Хмылева Т. Е.

Томский государственный университет, Томск

Хорошо известно [1], что пространства $C_p(\mathbb{I}, \omega_1 n)$ и $C_p(\mathbb{I}, \omega_1 m)$, где ω_1 – первый несчетный ординал, не являются линейно гомеоморфными, если $n \neq m$. Однако, пространство $C_p(S \times [1, \omega_1 n])$ линейно гомеоморфно $C_p(S \times [1, \omega_1 m])$, так как произведения $S \times [1, \omega_1 n]$ и $S \times [1, \omega_1 m]$ гомеоморфны.

В данной работе рассматриваются пространства непрерывных функций $C_p(S \sqcup [1, \gamma])$, где S – прямая Зоргенфрея и ординал $\gamma < \omega_1 \omega$. Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Для любого счетного ординала α пространство $C_p(S \sqcup [1, \alpha])$ линейно гомеоморфно пространству $C_p(S)$.

Следствие 1. Пространства $C_p(S \sqcup [1, \alpha])$ и $C_p(S \sqcup [1, \beta])$ линейно гомеоморфны для любых счетных ординалов α и β .

Теорема 2. Пространства $C_p(S \sqcup [1, \omega_1 \cdot n])$ и $C_p(S \sqcup [1, \omega_1 \cdot m])$ не являются линейно гомеоморфными, если $n \neq m$.

Следствие 1. Если ординал $\gamma \geq \omega_1 \omega$ и $n \in \mathbb{N}$, то пространства $C_p(S \sqcup [1, \gamma])$ и $C_p(S \sqcup [1, \omega_1 \cdot n])$ не являются линейно гомеоморфными.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.В37.21.0354 «Сохранение алгебраических и топологических инвариантов и свойств отображениями»); а также в рамках темы 2.3684.2011 Томского государственного университета.

Литература

1. Гулько С.П. Свободные топологические группы и пространства непрерывных функций на ординалах // Вестн. Томского ун-та. Математика и механика. – 2003. – Т. 280. – С. 34–38.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПРОСТРАНСТВА НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ НА ПРЯМОЙ ЗОРГЕНФРЕЯ В ТОПОЛОГИИ ПОТОЧЕЧНОЙ СХОДИМОСТИ

Фёдоров А. А.

Томский государственный университет, Томск

В данной работе рассматривается $C_p(S)$ – пространство всех непрерывных вещественных функций на прямой Зоргенфрея в топологии поточечной сходимости [1, 2].

Теорема 1. Пусть $K \subset C_p(S)$, K – компакт. Тогда K метризуем.

Теорема 2. Пространство $C_p(S)$ не линделёфово.

Пример. $C_p(R)$ вкладывается в $C_p(S)$ как линделёфово и неметризуемое подпространство.

Теорема 3. Пусть $X = \{f_t\}_{t \in T} \subset R^R$ – множество вещественных функций в топологии поточечной сходимости, у которого совокупное множество точек разрыва не более чем счётное, тогда X имеет счётную сеть.

Теорема 4. Пусть $T \subset R$, $X = \{f_t\}_{t \in T} \subset R^R$ – множество вещественных функций в топологии поточечной сходимости, $\forall t \in T \exists \varepsilon > 0$ такое, что f_t непрерывно на промежутке $[t-\varepsilon; t)$, $\exists \lim_{x \rightarrow t} f_t(x) \neq f_t(t)$. Тогда $n\omega(X) = |T|$.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.В37.21.0354 «Сохранение алгебраических и топологических инвариантов и свойств отображениями»); а также в рамках темы 2.3684.2011 Томского государственного университета.

Литература

1. Архангельский А.В. Топологические пространства функций. – М.: изд-во МГУ, 1989.
2. Энгелькинг Р. Общая топология. (Пер. с англ.). М.: – Мир, 1986.

О СУЩЕСТВОВАНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГИББСОВСКИХ МЕР ДЛЯ ОДНОЙ МОДЕЛИ

Хакимов Р. М.

Наманганский государственный университет, Наманган, Узбекистан

Пусть $\tau^k = (V, L)$ есть дерево Кэли порядка $k \geq 1$. Известно, что τ^k можно представить как G_k – свободное произведение $k+1$ циклических групп второго порядка [1-2]. Рассмотрим модель, где спин принимает значения из множества $\Phi = \{1, 2, \dots, q\}$, $q \geq 2$. Гамильтониан модели Поттса определяется

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} - \alpha \sum_{x \in V} \delta_{1\sigma(x)}, \quad (1)$$

где $J \in R$, $\alpha \in R$ – внешнее поле и δ_{ij} – символ Кронекера.

Известно, что каждой мере Гиббса для модели Поттса можно сопоставлять совокупность векторов $h = \{h_x, x \in G_k\}$ удовлетворяющих

$$h_x = \sum_{y \in S(x)} F(h_y, \theta) \quad (2)$$

где $S(x)$ -множество "прямых потомков" [1], точки $x \in V$ и $F : (h_1, \dots, h_{q-1}) \in R^{q-1} \rightarrow F(h, \theta) = (F_1, \dots, F_{q-1}) \in R^{q-1}$ определяется как:

$$F_i = \ln \left\{ (\theta - 1) e^{h_i} + \sum_{j=1}^{q-1} e^{h_j} + 1 \right\} / \left\{ \theta + \sum_{j=1}^{q-1} e^{h_j} \right\}.$$

Изучается существование $G_k^{(2)}$ ([1]) периодических мер Гиббса.

Теорема. Для модели Поттса при произвольном $k > 2$ и $q = 3$, $J < 0$, $\alpha = 0$ на инвариантном множестве

$I = \{h \in R^d : h_1 = h_2, h_3 = h_4\}$ существует критическое значение $\theta_{cr} = \frac{k-2}{k+1}$

такое, что при $0 < \theta < \theta_{cr}$ существует две $G_k^{(2)}$ – периодические (не трансляционно-инвариантные) меры Гиббса.

Литература

1. Ганиходжаев Н.Н., Розиков У.А. ТМФ, 1997, Т.111, N1, с.109-117.

2. Розиков У.А. ТМФ, 1997, Т.112, N1, с.170-176.

ПРОСТРАНСТВА НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ НА МЕТРИЗУЕМЫХ НЕ ЛОКАЛЬНО КОМПАКТНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Хмылева Т. Е.

Томский государственный университет, Томск

Вопрос о линейной гомеоморфности пространств непрерывных функций, заданных на локально компактных метризуемых пространствах рассмотрен в работе [1]. Для не локально компактных пространств в работе [2] была доказана теорема о неизоморфности пространств $C_p(X)$ и $C_p(Y)$, если производная X' компактна, а производная Y' некомпактна. В данной работе доказана следующая теорема.

Теорема 1. Пусть X и Y метризуемые пространства такие, что производная X' локально компактна, а производная Y' не является локально компактной. Тогда пространства $C_p(X)$ и $C_p(Y)$ не являются линейно гомеоморфными.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.В37.21.0354 «Сохранение алгебраических и топологических инвариантов и свойств отображениями»); а также в рамках темы 2.3684.2011 Томского государственного университета.

Литература

1. Хмылева Т.Е. Классификация пространств непрерывных функций на отрезках ординалов // Сиб. мат. ж. 1979. Т. 20. № 3. С. 624-631.
2. Хмылева Т.Е., Кириенко А. Е. Локальная компактность и гомеоморфизмы пространств непрерывных функций // Вестн. Томского ун-та. Математика и механика. 2010. № 3. С. 61–68.

Научное издание

**ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ И МЕХАНИКЕ,
ПОСВЯЩЕННАЯ 135-ЛЕТИЮ ТОМСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА И 65-ЛЕТИЮ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА**

Тезисы докладов

Подписано в печать 20.09.13

Формат 60x84 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная № 1.

Печать ризографическая.

Печ. л. 15,63; усл. печ. л. 14,53; уч.-изд. л. 11,84

Тираж 150. Заказ № 13652

Издательство «Иван Федоров»
634026, г. Томск, ул. Розы Люксембург, 115/1
Тираж отпечатан в типографии «Иван Фёдоров»
634026, г. Томск, ул. Розы Люксембург, 115/1
Тел. (382-2)78-80-80, тел./факс (382-2)78-30-80
E-mail: mail@if.tomsk.ru