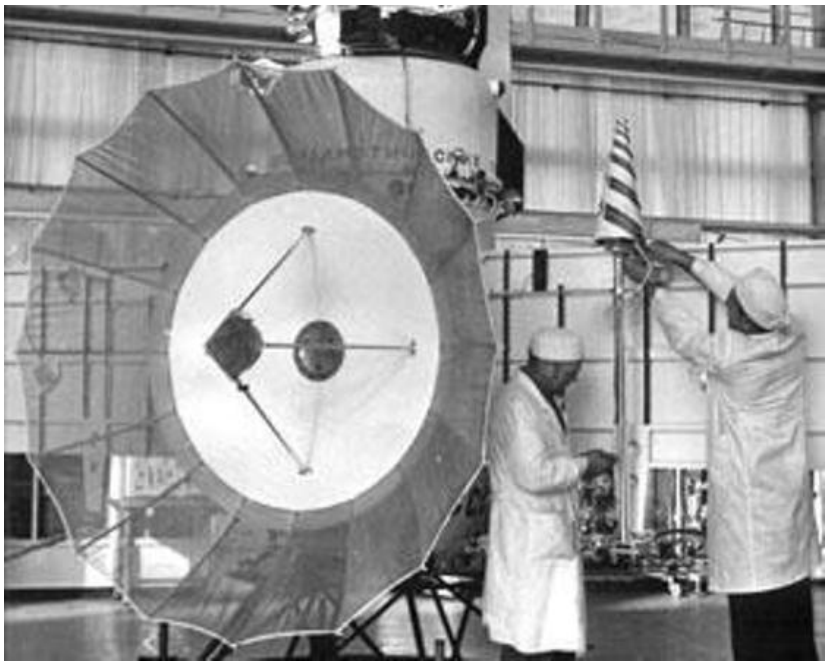
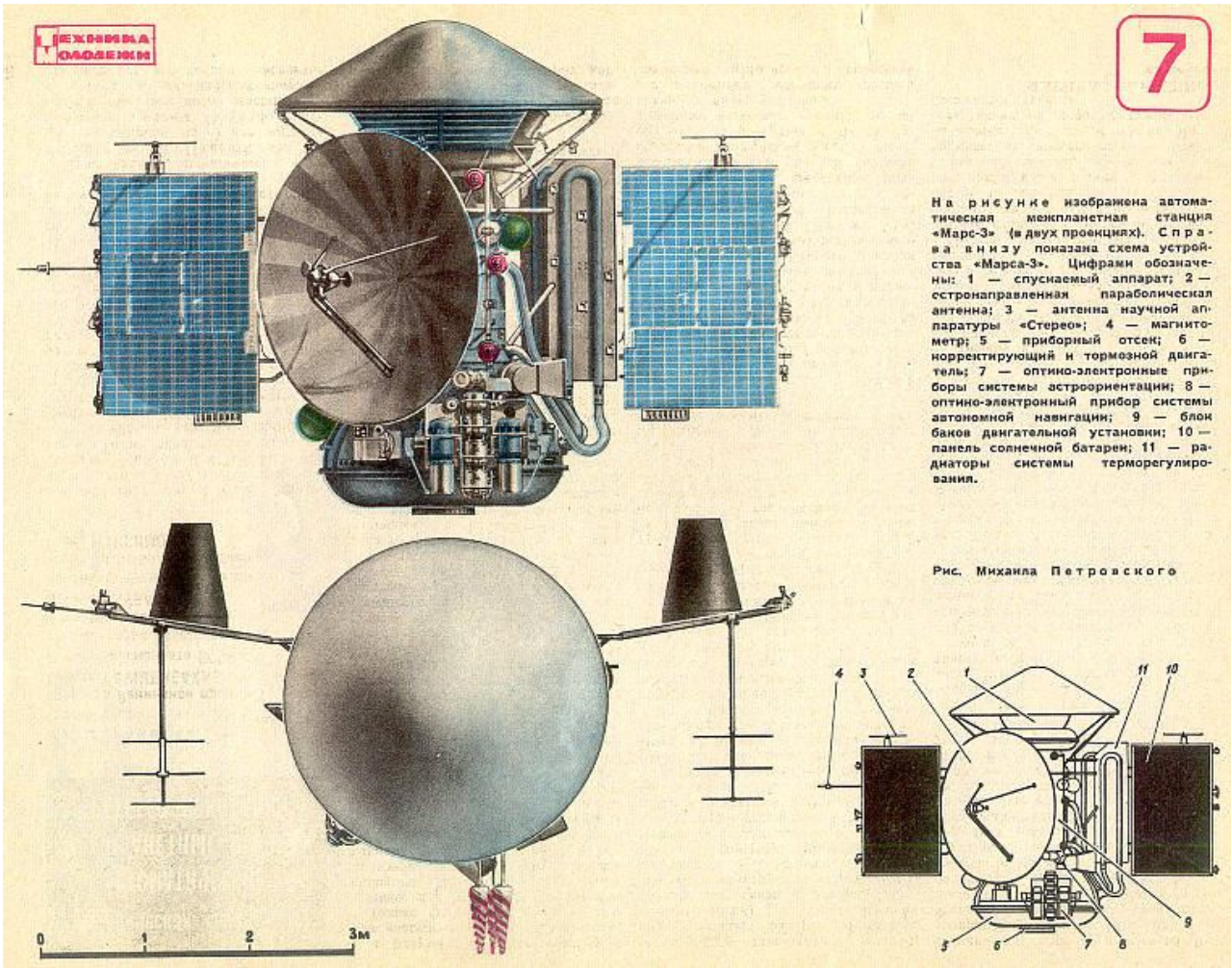
ЗАДАЧИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ХАРАКТЕРА, СВЯЗАННЫЕ С ОРБИТАЛЬНЫМИ ПАРАБОЛИЧЕСКИМИ РЕФЛЕКТОРАМИ

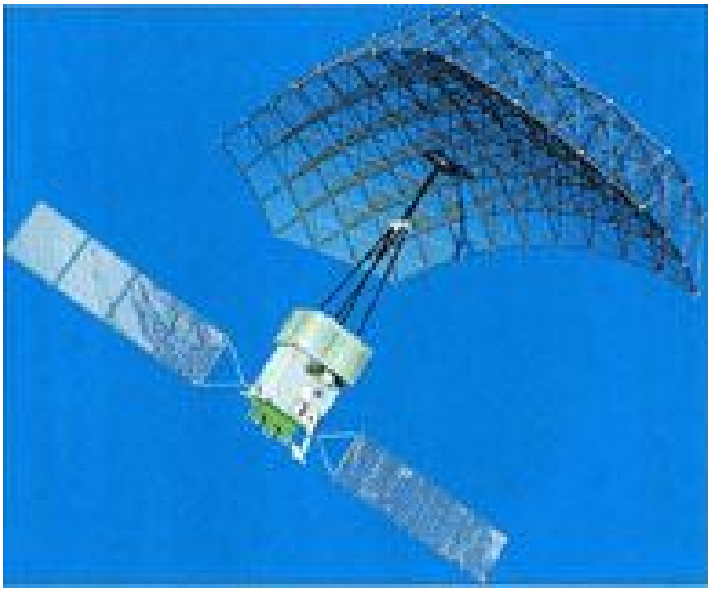
Рефлекторная антенна представляет собой (в геометрическом смысле) вырезку из параболоида вращения (так называемого «родительского параболоида). Вырезка может быть осесимметричной либо неосесимметричной (в этом случае она называется «офсетный параболоид»).

Примеры осесимметричных рефлекторов.

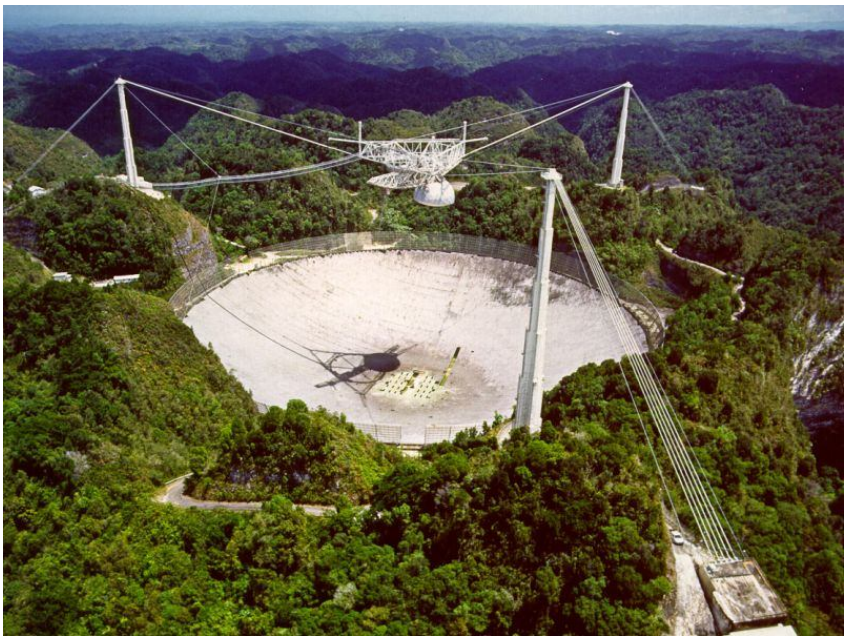



ТЕХНИКА МОЛОДЕЖИ
7
На рисунке изображена автоматическая межпланетная станция «Марс-3» (в двух проекциях). Справа внизу показана схема устройства «Марса-3». Цифрами обозначены: 1 — спускаемый аппарат; 2 — остронаправленная параболическая антенна; 3 — антенна научной аппаратуры «Стерео»; 4 — магнитометр; 5 — приборный отсек; 6 — корректирующий и тормозной двигатель; 7 — оптико-электронные приборы системы астроориентации; 8 — оптико-электронный прибор системы автономной навигации; 9 — блок баков двигательной установки; 10 — панель солнечной батареи; 11 — радиаторы системы терморегулирования.
Рис. Михаила Петровского
0 1 2 3м
4 3 2 1 11 10
5 6 7 8 9

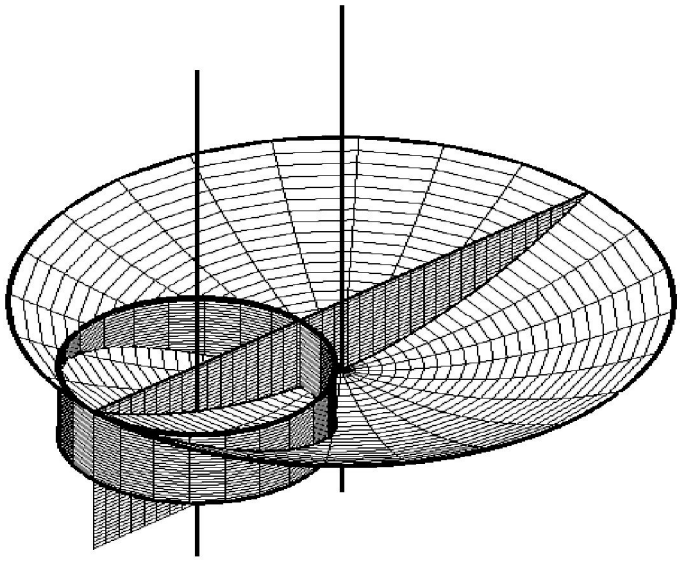
Примеры офсетных рефлекторов



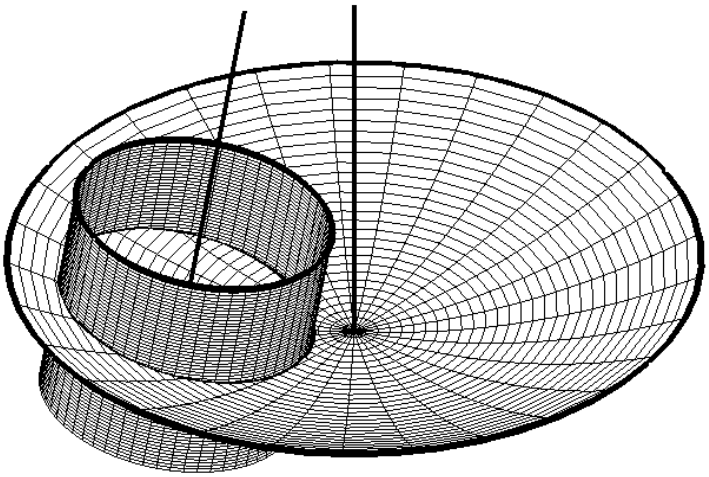
Трудности, связанные с изготовлением и эксплуатацией рефлекторов возникают не только при размещении их на орбите. Вот стационарная антенна недалеко от Аресибо (Пуэрто-Рико).



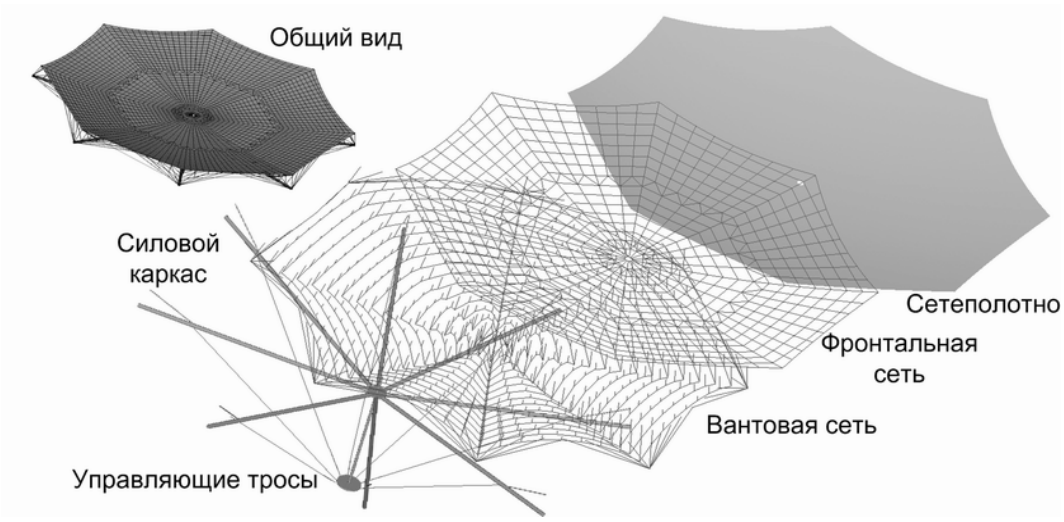
Принципиальные схемы офсетной вырезки из родительского параболоида



Вырезка «прямым цилиндром)



Вырезка «наклонным цилиндром»



Принципиальная схема конструкции рефлектора

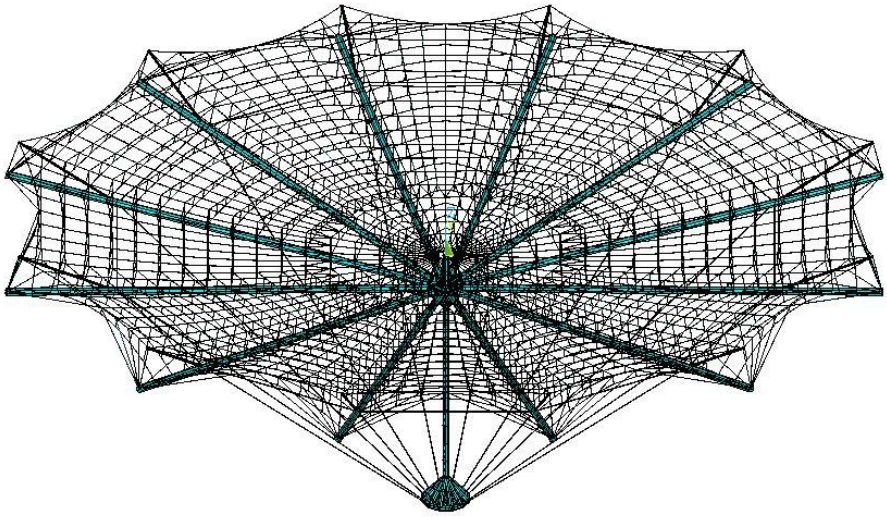
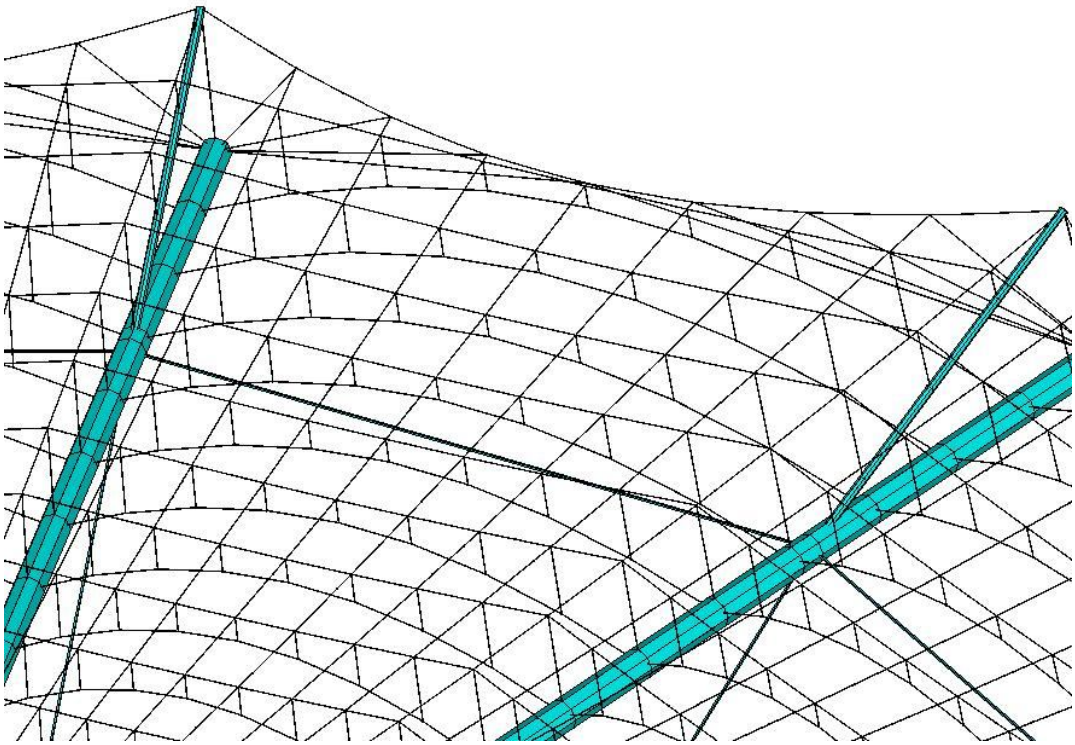


Схема рефлектора без натянутого на несущую конструкцию сетеполотна.

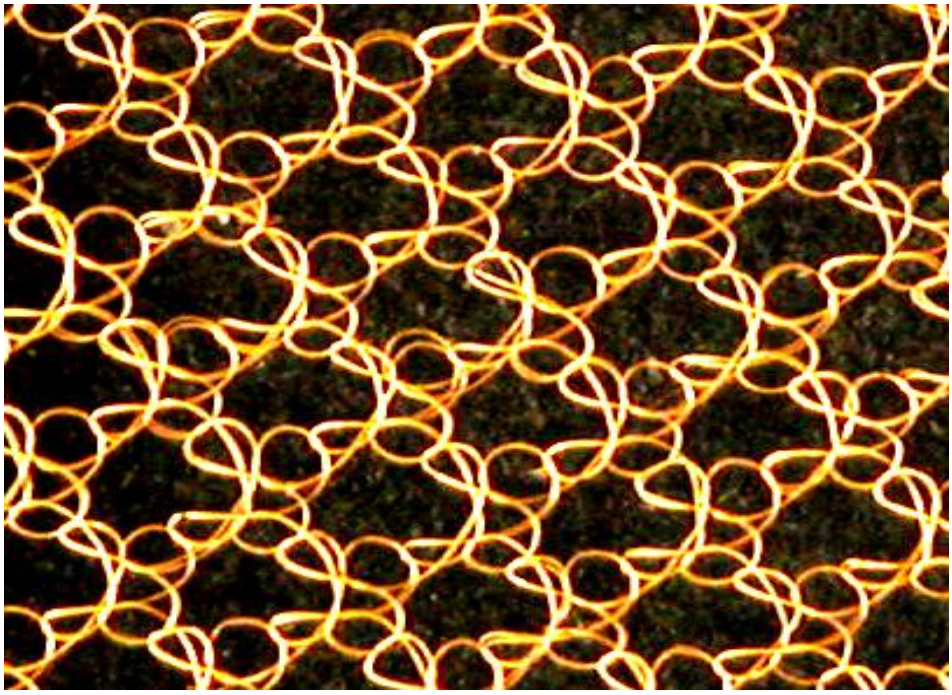


Деталь вантовой конструкции

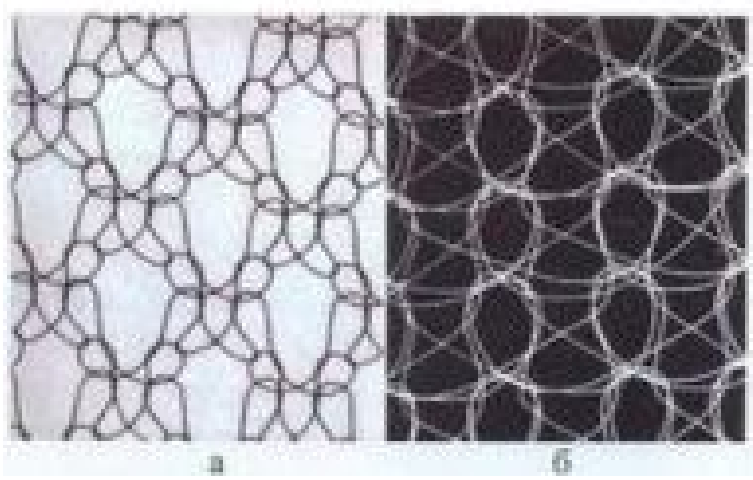
Как раз сетеполотно (металлическая трикотажная ткань из вольфрамовых и молибденовых нитей, покрытых золотом) ответственна за прием и отражение радиосигнала.

Сетеполотно – это трикотаж из вольфрамовых либо молибденовых нитей. Для улучшения электорофизических характеристик его (после выкраивания но перед монтажом) покрывают золотом. Дешевле оно огт этого не становится.

Так выглядит одна из разновидностей сетеполотна под большим увеличением.



Так выглядит одна из разновидностей сетеполотна под большим увеличением.



Другие схемы переплетения металлических нитей.

При конструировании и эксплуатации орбитальных рефлекторов важная задача – контроль формы рефлектора. На спутнике размещен лазерный теодолит с вращающейся головкой. Освещая поверхность сетеполотна кратковременными импульсами и отслеживая отраженные сигналы, теодолит (в паре с бортовым компьютером) формирует набор точек с их координатами (обычно десятки тысяч либо сотни тысяч) и полученное «облако точек» передает на Землю.

Очень важная задача: по «облаку точек» выяснить, насколько реальная поверхность рефлектора отклонилась от идеальной.

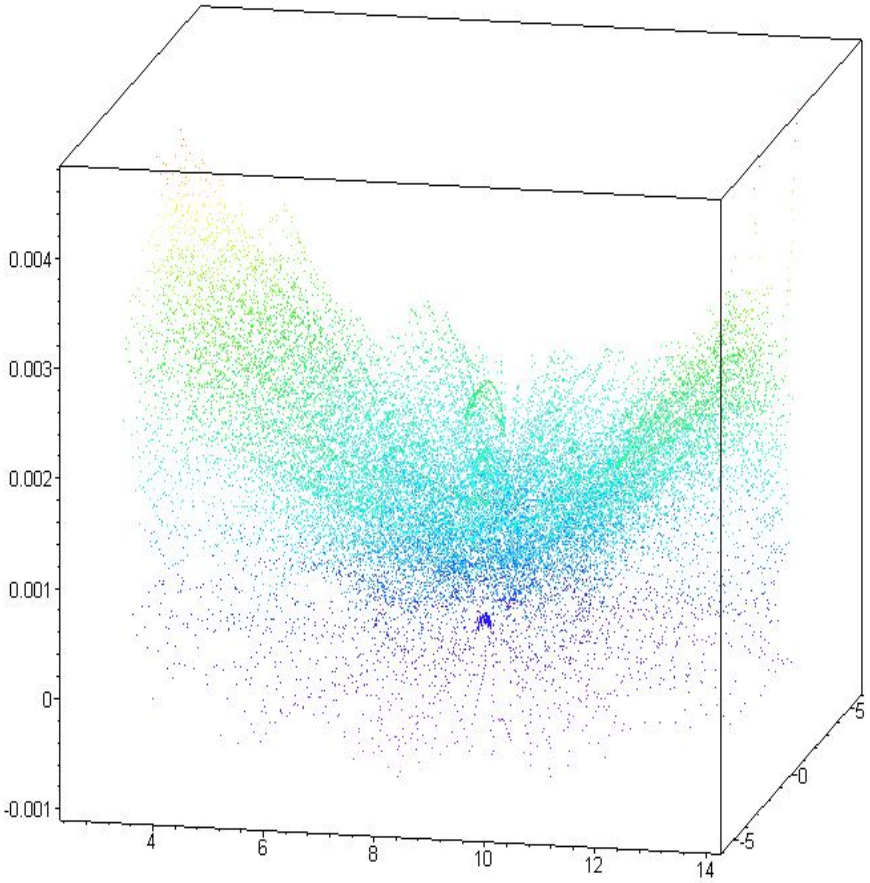


Рис. Здесь изображено не само «облако точек», а диаграмма отклонений измеренных точек от идеального параболоида. По горизонтальным осям расстояния в метрах. По вертикали тоже в метрах, но в ином масштабе.

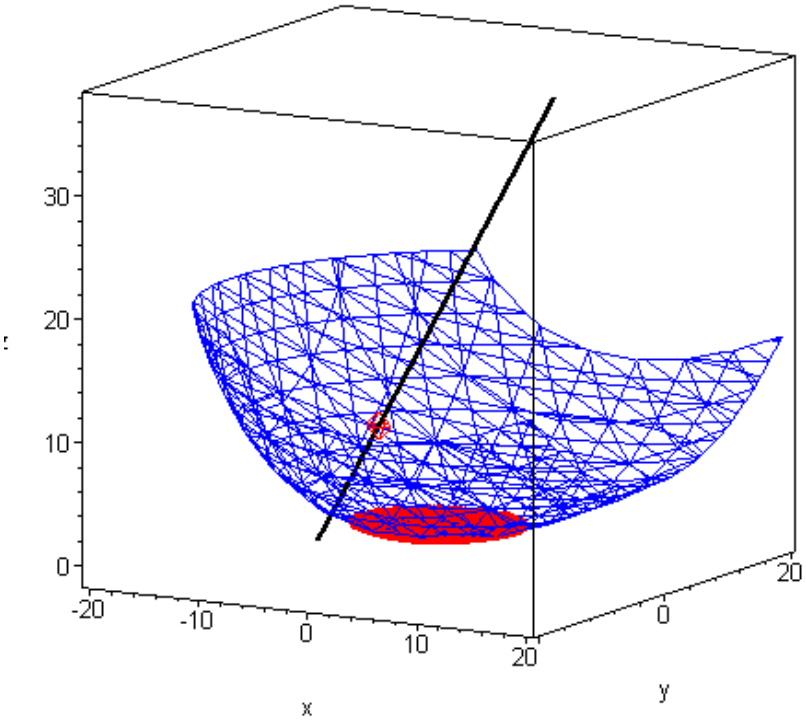


Рис. Здесь показан результат анализа. Красное пятно – «облако точек». Синяя поверхность – параболоид, восстановленный по «облаку». Красная точка – фокус параболоида, черная линия – ось параболоида.

ЗАДАЧА, СПЕЦИФИЧЕСКАЯ ДЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО РЕФЛЕКТОРА

Представим (**рис. 8**) схему деления параболоида на сектора жесткими параболическими ребрами OA и OB. Сетеполотно, прикрепленное к этим ребрам, прогнется внутрь (нечто подобное видел каждый, кто открывал зонтик). Это называется «матрасный эффект». Наибольший прогиб показан пунктирной линией (она называется гребневой линией). Возникает задача моделирования «матрасного эффекта», в частности, вывод уравнения гребневой линии в зависимости от технологических параметров рефлектора и свойств сетеполотна.

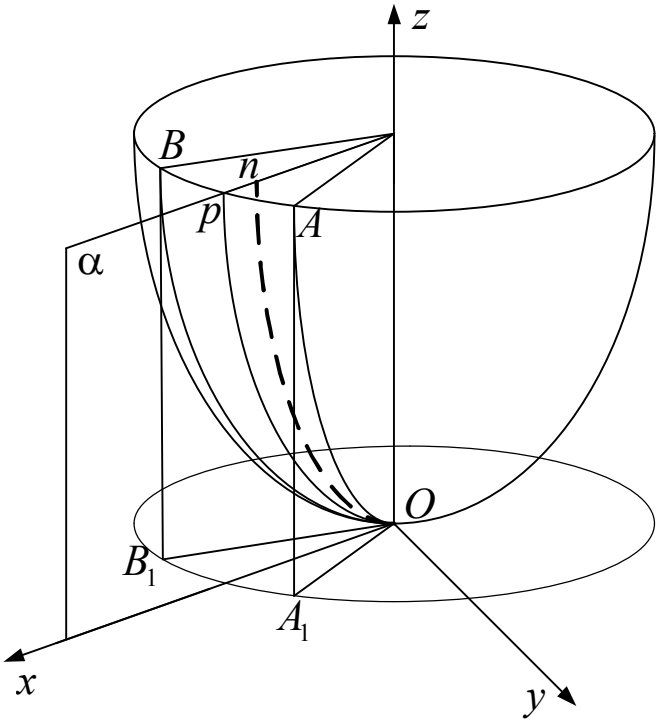


Рис. Схема «матрасного эффекта».

Представление о форме лепестка сетеполотна, подверженного «матрасному эффекту», дает следующий рисунок.

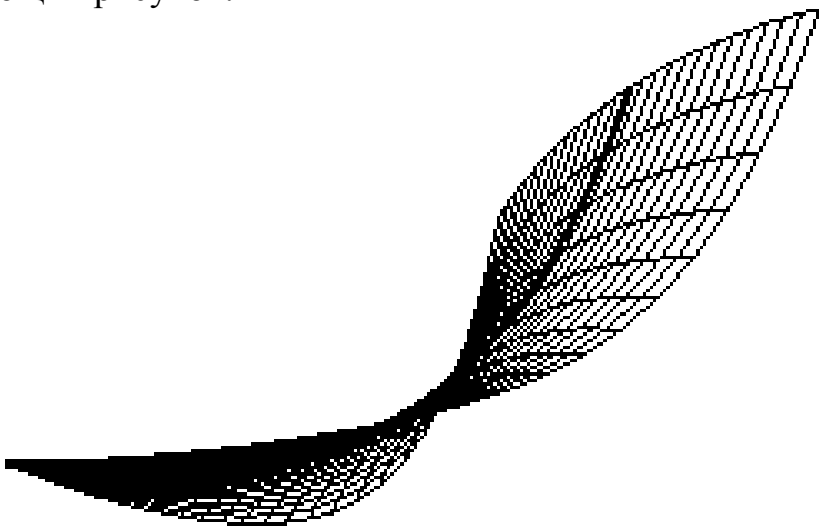


Рис. Лепесток с гребневой линией.

На пути моделирования «матрасного эффекта» один из методов – построение **составной поверхности** из парабол, «подклеенных» к гребневой линии. К текущей

точке гребневой линии присоединен подвижной репер (как показано на **рис. 10**). В плоскости векторов $\overline{e}_2$, $\overline{e}_3$ строится парабола с вершиной в вершине репера. От полученной составной поверхности требуется, чтобы отношение главных кривизн (по крайней мере, вдоль гребневой линии) было константой, связанной с упругими свойствами сетеполотна.

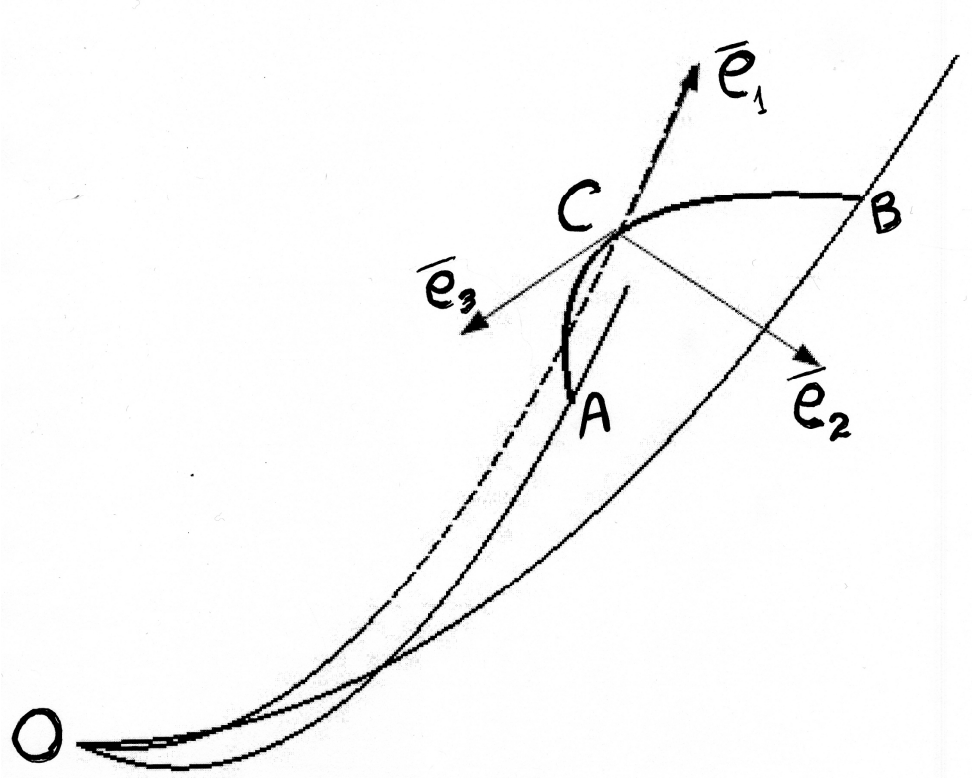


Рис. Гребневая линия с подклеенной параболой.

Получаем поверхность, образец которой представлен на следующем рисунке.

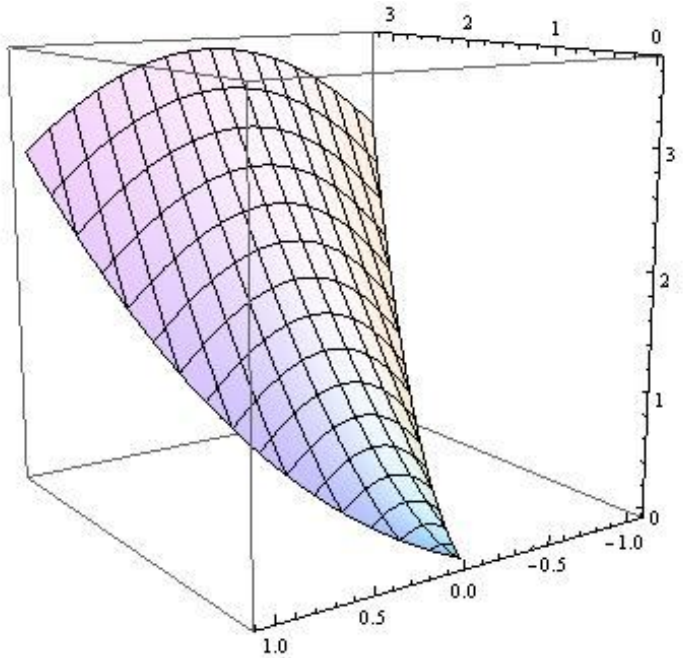


Рис. Модель лепестка сетеполотна.

Впрочем, имеется и другой подход. Он основан на методе конечных элементов (МКЭ) и позволяет имея замкнутый контур, дополнить его системой точек, до-

вольно хорошо воспроизводящими поверхность, ограниченную этим контуром и наделенную нужными свойствами (вообще говоря, не любыми). Например, укажем контур набором точек как на рис. 12.

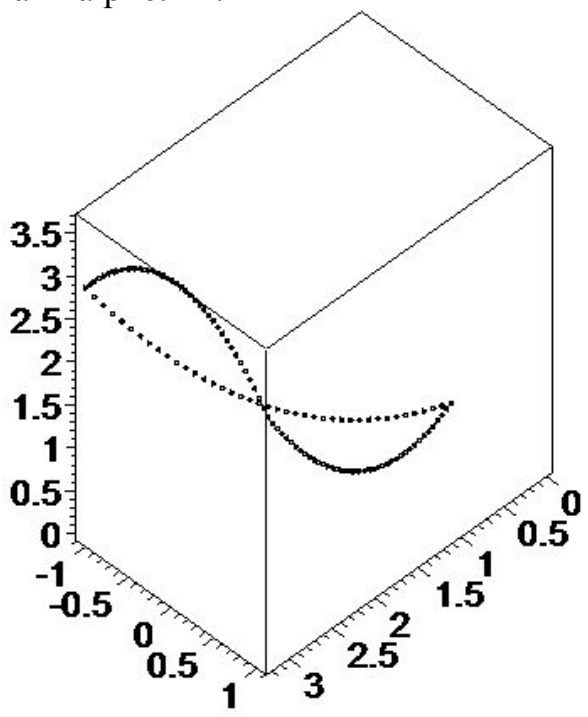


Рис. Замкнутый контур.

Надлежащее применение метода конечных элементов позволяет смоделировать (набором точек) поверхность лепестка сетеполотна.

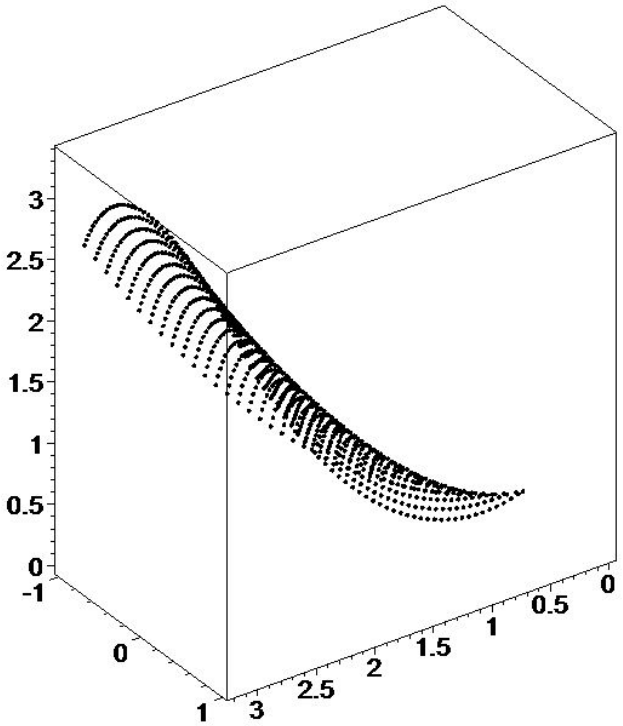
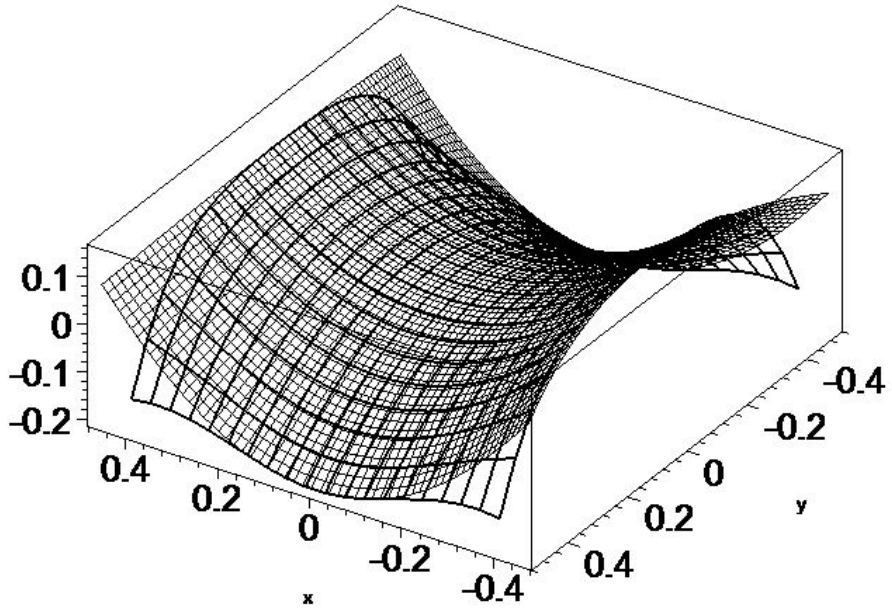
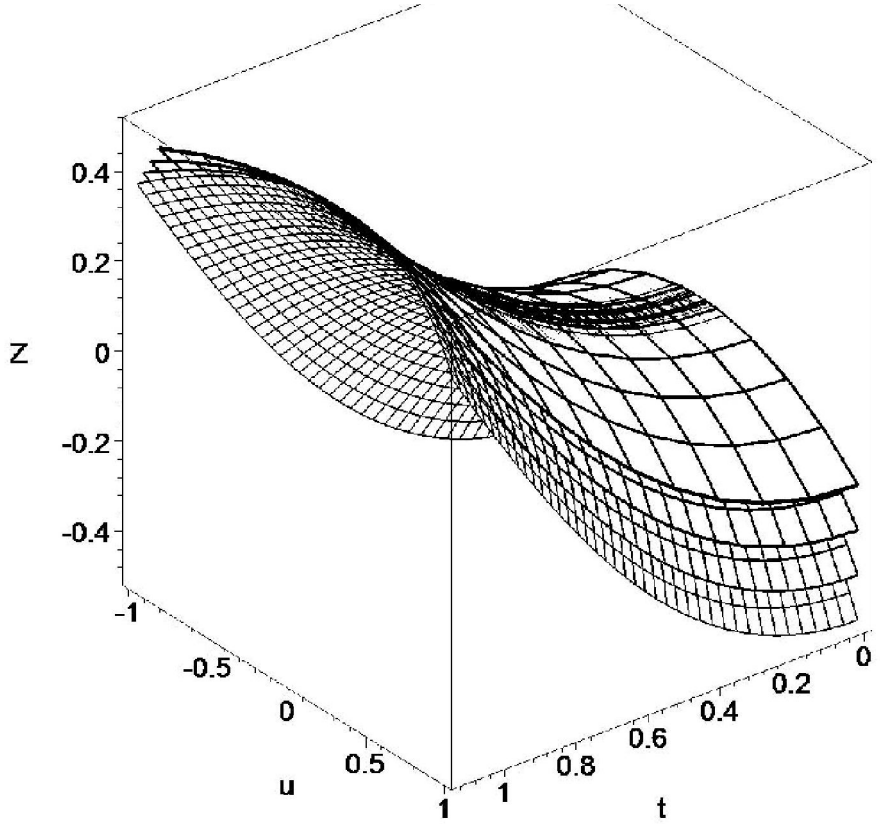


Рис. Конечно-элементная модель лепестка сетополотна.

ПРИМЕР НЕСПЕЦИФИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Изотропный упругий материал реагирует на приложенное растягивающее усилие с коэффициентом растяжения, не зависящим от направления такого усилия. Для моделирования формы такого упругого материала хорошо подходит класс **минимальных поверхностей**. Сетеполотно относится к **ортотропным** материалам (в двух ортогональных направлениях коэффициенты растяжения неодинаковы). Следует располагать классом поверхностей, геометрические свойства которых удобны для моделирования явления ортотропии. С этой целью предложен класс **псевдоминимальных поверхностей**. Некоторое представление о таких поверхностях дают **следующие изображения.**

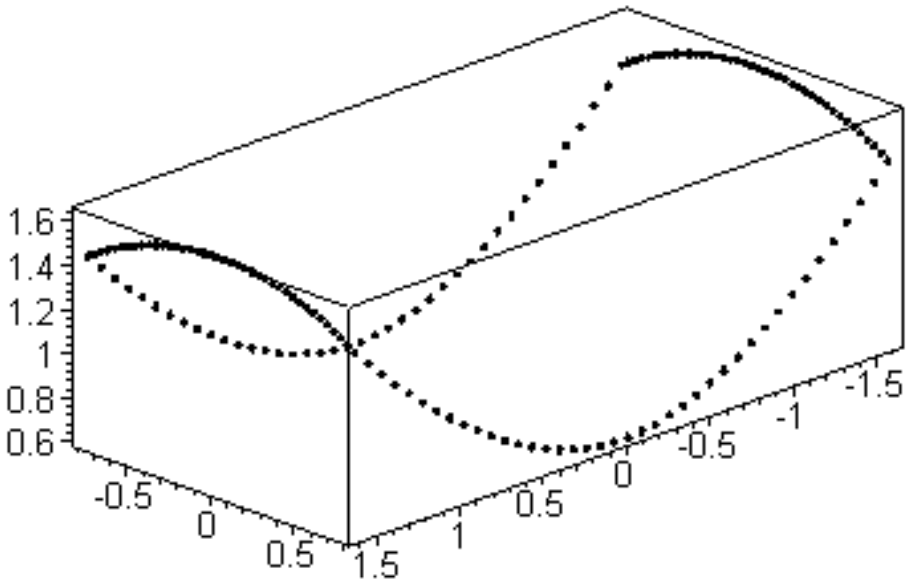


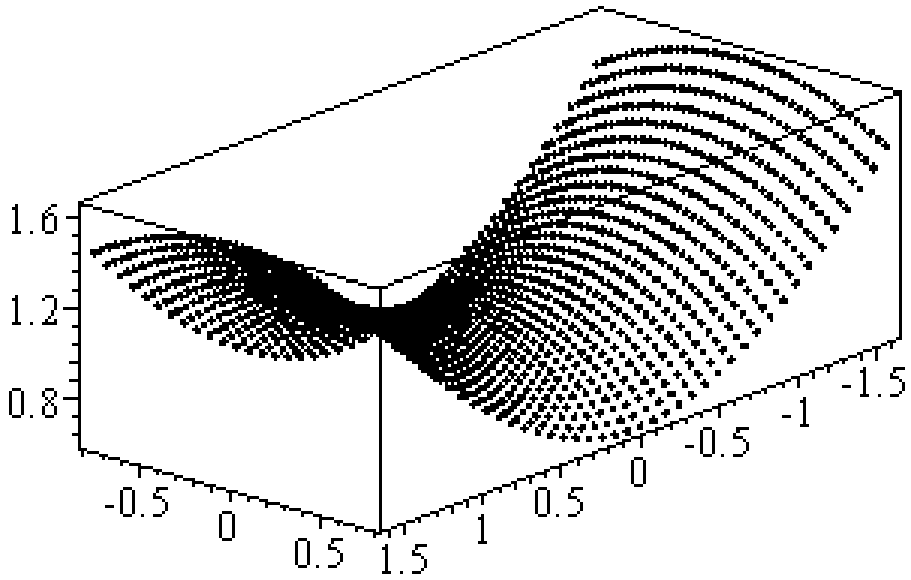


Стоит отметить, что если область псевдоминимальной поверхности задается уравнением $z = f(x, y)$, то функция $f(x, y)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$a\left[(1+f_x^2)f_{yy} - 2f_x f_y f_{xy} + (1+f_y^2)f_{xx}\right]^2 +$$
$$+\left(1+f_x^2+f_y^2\right)(1-a)^2\left(f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2\right) = 0.$$

Здесь a – константа, равная (с обратным знаком) отношению главных кривизн. Данное уравнение весьма сложно для анализа, однако конечно-элементное моделирование позволяет по внешнему замкнутому контуру (заданному, например, набором точек), восстановить – приближенно – искомую поверхность, аппроксимировав также системой точек. Примером такой пары контур-поверхность могут служить следующие рисунки.





Моделирование линий раскроя

1. Постановка проблемы

Задача проектирования и конструирования рефлекторных антенн (не обязательно, но с очень большой вероятностью) требует проведения по поверхности родительского параболоида линий, пригодных для раскроя. Первая по приоритету, как это принято считать, линия, принадлежащая семейству геодезических линий. Следует заметить, однако, что упомянутое семейство линий не лишено недостатков. Именно, геодезическая линия действительно и прямейшая и кратчайшая – но только в локальном смысле. Сказанное демонстрирует пример, приведенный ниже. На Рис 1. изображен кусок параболоида вращения с фокальным параметром, равным 0,25 и геодезическая линия на нем.

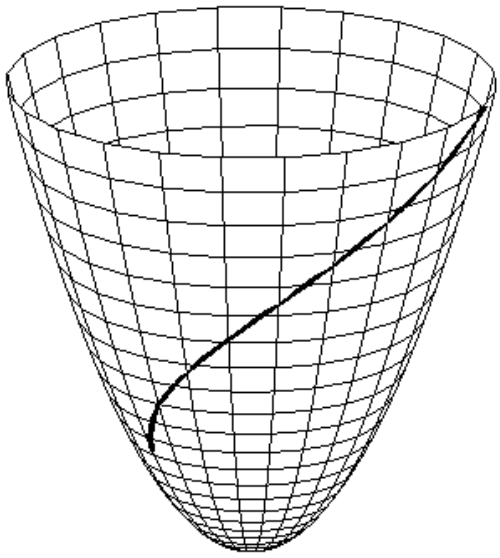


Рис. Геодезическая линия на параболоиде.

Представляется невероятным, чтобы для реального раскроя была применена такая линия. Правда, при больших значениях фокального параметра поведение геодезической линии в некотором смысле «лучше». Но есть и другое обстоятельство. Линии, применяемые для раскроя, особенно удобны, если они отнесены к натуральному параметру – длине дуги. Тогда не составляет труда отмерять на таких линиях любые интересующие нас расстояния. Как раз для перехода к натуральному параметру геодезические линии параболоида слишком малопригодны. Это заставляет задуматься о поиске класса линий, наделенных следующими свойствами:

1. Локально они должны быть близки к геодезическим линиям в некотором разумном смысле.
2. Их можно относить к натуральному параметру без заметных вычислительных проблем.
3. Они должны однозначно определяться своими концевыми точками, указанными на параболоиде.

Разумеется, первые два условия довольно расплывчаты. Однако было бы странно, если бы удалось заранее уточнить их настолько, чтобы они привели с строгой постановке задачи, и лучше всего – с единственным решением. Мы не располагаем

возможностями для отыскания нужного класса линий, мы можем лишь предложить некий класс, и надеяться на приемлемость его качеств.

Очень кратко об одном из способов решения (SG-линии)

Он сводится к следующей конструкции. Точки A_1, A_2 лежат на параболоиде. Точки B_1, B_2 суть точки пересечения нормалей параболоида в точках A_1, A_2 с плоскостью $z=0$. Поверхность $\left(A_1A_2B_2B_1\right)$ - кусок демиквадрики $D\left(A_1A_2B_2B_1\right)$, а линия L (линия пересечения демиквадрики с параболоидом) есть SG-линия.

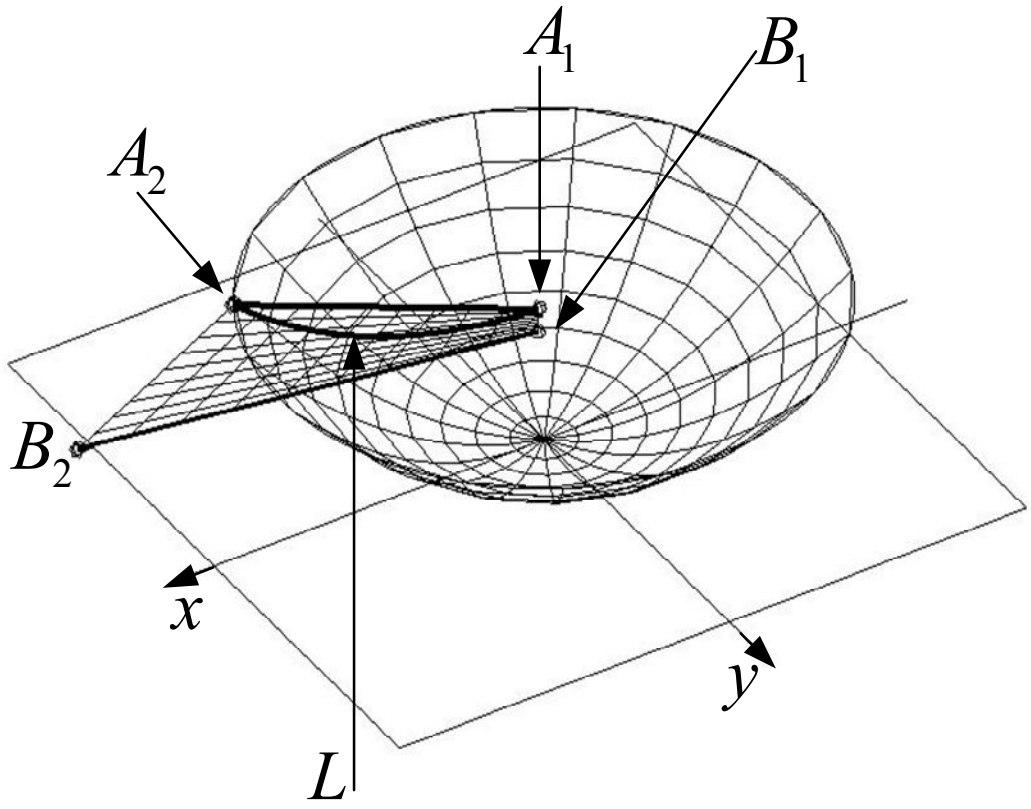


Рис. SG-линия – один из вариантов (отрезок $\left[B_1B_2\right]$ в плоскости xOy).

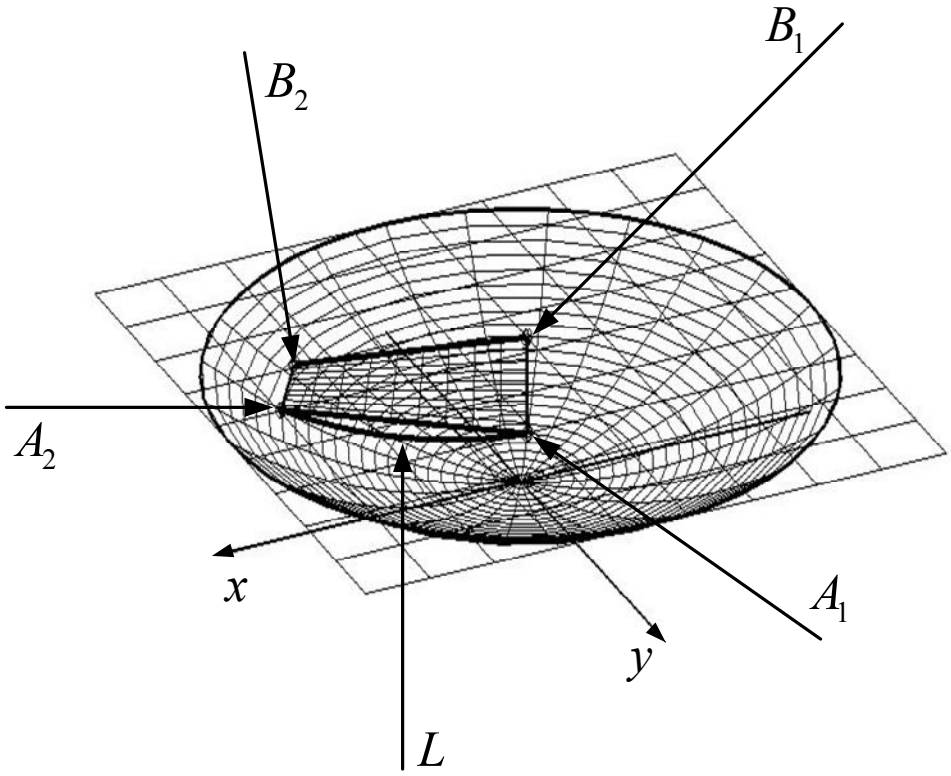


Рис. SG-линия – иной вариант (отрезок $[B_1B_2]$ в плоскости $z=\frac{F}{4}$).

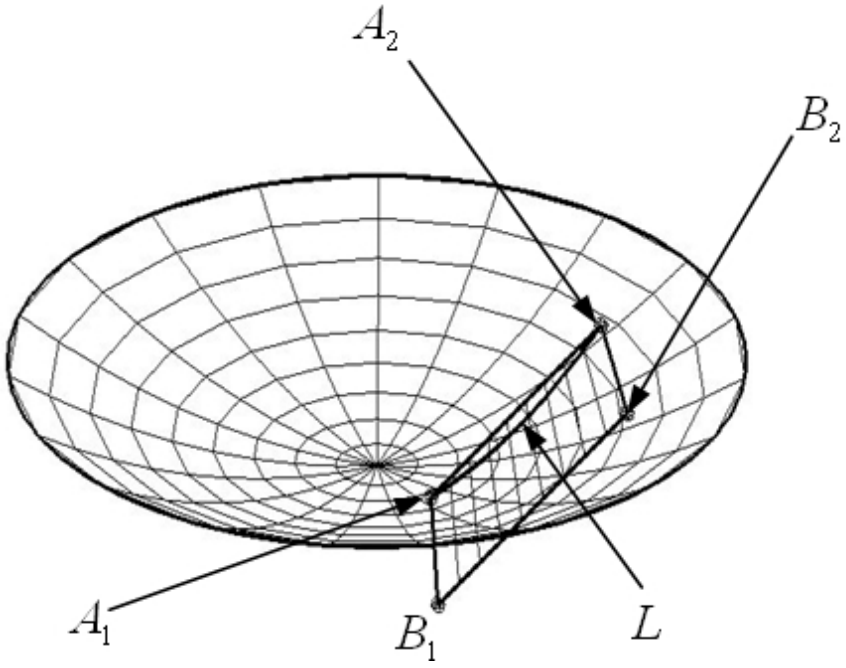


Рис. SG-линия. Отрезки $[A_1B_1]$, $[A_2B_2]$ одинаковой длины отложены на нормалях параболоида в соответствующих точках A_1 и A_2.